

ANALEMA

BOLETIN DE LA ASOCIACION DE
AMIGOS DE LOS RELOJES DE SOL

SUMARIO

- 1 EDITORIAL L. Hidalgo
- 2 ACTIVIDADES DE LA ASOCIACION Kronikatres
- 3 LOS RELOJES DE SOL EN EL CAMINO REAL DE VITORIA A BURGOS EN EL SIGLO XVII A. Merino
- 6 DETERMINACION DE LA TANGENTE DE UN ANGULO SIN RECURRIR A TABLAS TRIGONOMETRICAS. APLICACION AL RELOJ SOLAR M. Losot
- 7 CONSTRUCCION DE UN RELOJ SOLAR QUE INDICA EL TIEMPO SIDEREO H. MichniK
- 11 SEMICIRCULO GRADUADO PARA EL TRAZADO INSTANTANEO DE UN RELOJ HORIZONTAL M. Lombardero
- 12 METODO PARA LA MEDIDA DE LA DECLINACION DE UN MURO Y CALCULO DEL RELOJ VERTICAL DECLINANTE J. de la Calle
- 16 NARRACIONES GNOMONICO -ARQUEO -LOGICAS... Mx
- 17 FORMULARIO DE GNOMONICA PLANA A. de Vicente
- 22 LITERATURA Y GNOMONICA P. Dantillo
- 22 SOBRE NOMENCLATURA Y NORMALIZACION ... Editorial
- 23 RESUMEN DE LOS ARTICULOS PUBLICADOS.. Editorial

La Asociación de Amigos de los Relojes de Sol ha sido creada en Abril de 1988. Figura en el Registro Nacional de Asociaciones con el N° 18.865 y NP 8747. Su Junta Directiva está formada por: PRESIDENTE Luis Hidalgo Velayos. VICEPRESIDENTE Jacinto Del Buey Pérez. TESORERO: Jaime Velilla Moros. SECRETARIO: José Ramon Marcet Roig. PUBLICACIONES: Manuel Lombardero Soto. INFORMATICA Jesus de la Calle Montes. VOCALES: Juan José Caurcel Moran.- Fernando Izquierdo Asensi.-Miguel Angel Hacar Benitez. SOCIOS de HONOR: Rafael Portaencasa Baeza - Manuel Arroyo Varela- José Luis Basanta Campos - Rafael Soler Gayá

La Asociación constituye una entidad no lucrativa cuyos fines son el desarrollo y fomento de los estudios históricos, geográficos y matemáticos relacionados con la promoción y difusión de los conocimientos relativos al cálculo, trazado, construcción y emplazamiento de Relojes de Sol y otros instrumentos astronómicos antiguos.

Para el cumplimiento de estos fines se celebran reuniones periódicas sus y se mantienen contactos con Asociaciones o Entidades análogas. Ofrece a sus asociados los siguientes servicios

- Información Bibliográfica: Fondo informatizado con más de 2000 entradas referentes a Gnomonica y temas análogos
- Cálculo y trazado de relojes solares a petición de cualquier asociado, o entidad pública o privada
- Traducción y revisión de artículos de revistas de esta especialidad o de publicaciones de especial interés.
- Asesoramiento para la construcción o reparación de relojes solares o instrumentos semejantes. Comprobación y datación de cuadrantes y relojes antiguos

Estos servicios son prestados por la Asociación a título gratuito, o en casos especiales a coste estricto, a las personas o entidades presentadas por algun Socio. En todo caso los servicios de asesoramiento serán totalmente gratuitos para los organismos culturales que así lo soliciten

Para obtener la condición de Asociado es necesario, de acuerdo con los Estatutos, la presentación por dos Socios de la persona interesada y su admisión por la Junta de Gobierno. La cuantía de su aportación en concepto de cuota anual es fijada por el propio asociado. No obstante para recibir el presente Boletín y las comunicaciones escritas de la Asociación se deberá efectuar una aportación mínima equivalente a los gastos de edición y envío.

Los artículos y notas publicados en este Boletín Informativo pueden ser reproducidos y utilizados, citando su procedencia y previa comunicación a esta Asociación. Se exceptúan los casos en los que expresamente se mencione la existencia de derechos de Autor o cualquier otro impedimento legal.

La Asociación de Amigos de los Relojes de Sol no se hace responsable de la interpretación ni del contenido de los escritos, gráficos, dibujos o cualquier otra información publicados en el presente Boletín. Agradece y mantendrá correspondencia sobre cualquier tipo de crítica, reseña, comentario o discusión de los mismos, que será transmitida al autor del escrito y publicada en el Boletín si su interés y generalidad lo hacen conveniente, a juicio de la Junta.

Se reserva el derecho de resumir, adaptar o editar, con el conocimiento previo del comunicante, los trabajos originales recibidos para su publicación. Su extensión no deberá exceder de cinco folios mecanografiados salvo que su contenido, interés y continuidad aconseje publicarlos en varios números sucesivos o en forma de folleto o separata del Boletín.

Domicilio Social actual

ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIEROS AGRONOMOS
CIUDAD UNIVERSITARIA
28040 - MADRID

EDITORIAL

Han transcurrido tres años desde que fué fundada la Asociación de Amigos de los Relojos de Sol por un reducido grupo de personas aficionadas a estos temas. Desde sus comienzos ha sido propósito firme de esta Asociación la edición de un Boletín Informativo que recoja las diversas actividades de sus asociados, publicaciones, noticias e inventarios de relojes existentes, investigaciones históricas o geográficas y desarrollos empíricos, geométricos o matemáticos de los trazados con sus correspondientes cálculos y teorías.

Circunstancias muy diversas han retrasado la aparición de este primer número del Boletín que ahora contempla el lector amigo, esperamos que con benevolencia. Su presentación tipográfica no tiene la calidad que hubiésemos deseado, pero intentaremos que el interés de su contenido pueda suplir la modesta apariencia de estos primeros números

Y decimos "primeros números" porque creemos que alguna Entidad, centro oficial o fundación privada, pueda subvencionar parte de los gastos de edición, permitiéndonos aparecer con la dignidad que, dentro de sus limitaciones, merecen los temas tratados

Los artículos que aquí se exponen son en su mayor parte originales, escritos expresamente para este Boletín o que no han sido publicados anteriormente. Se exceptúan, claro está, las reseñas o resúmenes, las traducciones o transcripciones literales de otras publicaciones y las citas y referencias, generalmente de carácter histórico. Es posible que se publiquen algunos temas aparentemente repetidos, pero en todo caso tratados de forma diferente o contemplados desde un nuevo punto de vista.

El Boletín aparecerá, en principio, cuatrimestralmente. Esperamos obtener la máxima colaboración de nuestros lectores y asociados ya que sus aportaciones, comentarios y críticas son imprescindibles para mantener su interés y continuidad

Saludamos muy afectuosamente a todos nuestros amigos y especialmente a la Societat Catalana de Gnomònica y a los redactores de su Butlletí "La Busca de Paper" así como a la British Sundial Asotiation y en general a todos la Asociaciones que se ocupen de estos o análogos temas., con las cuales desearíamos ponernos en contacto.

Marzo, 1991.

LUISHIDALGO

ACTIVIDADES DE LA ASOCIACION

REUNIONES: Se han celebrado en el Domicilio Social las preceptivas asambleas anuales. En ellas se han debatido y aprobado sucesivamente: la constitución de la Junta, la admisión de asociados, los nombramientos de Socios de Honor, el Reglamento de Régimen Interior de las reuniones, la distribución de Comisiones de Trabajo, la publicación del presente Boletín Informativo y en general todas las cuestiones de trámite que surgen de la aplicación legal de los Estatutos. Asimismo se mantiene una reunión ordinaria con periodicidad mensual, en la que se exponen las iniciativas y se presentan los escritos de los asociados.

Independientemente de estas reuniones reglamentarias se ha constituido una tertulia que suele reunirse semanalmente, para fomentar el contacto directo entre los asociados.

COMISIONES DE TRABAJO: Se han nombrado las siguientes comisiones

Información y bibliografía. Con carácter permanente. Se ocupa de mantener al día el fichero bibliográfico, recoger información referente a temas de gnomónica y organizar los archivos y documentos de la Asociación

Publicaciones. Comisión permanente. Edita el Boletín Informativo, folletos, trabajos de investigación de los asociados, copias de artículos y escritos acordados por la Junta. Se está preparando un glosario de términos de gnomónica en cuatro idiomas

Normalización y nomenclatura. Tiene como misión examinar la nomenclatura, sistemas de representación, definiciones y símbolos utilizados en los diversos escritos y tratados de gnomónica, intentando la unificación de los mismos y proponiendo normas que faciliten su interpretación y lectura.

CONFERENCIAS Y REUNIONES : Durante el transcurso de estos tres años, algunos asociados han dado conferencias sobre temas relacionados con las actividades de la Asociación.

En el Colegio de Ingenieros de Caminos de Madrid: A. del Campo, L. Hidalgo, J. del Buey, J. de la Calle. R. Soler y M. Hacer intervinieron sobre temas relacionados con los relojes de Sol en la conferencia denominada "Cronometría"

En el domicilio social del Colegio Oficial de Químicos de Madrid. M. Lombardero disertó sobre el tema "La medida del Tiempo en la Antigüedad". Esta conferencia, en la que un capítulo se refiere a relojes solares fué reñida en el Anfiteatro Pequeño del Colegio de Médicos de Madrid

VISITAS Y VIAJES Han sido visitados, entre otros, los siguientes relojes históricos:

El Escorial: Líneas meridianas que se encuentran en la Sala de Embajadores

El Pualar: Interesante conjunto de relojes solares, en el claustro del Monasterio. Citado por Mrs. Alfred Gatty, que lo atribuye al pintor-monje Martín Galíndez, anterior a 1627

En Yuste: Reloj solar construido por Juanelo Turriano para Carlos V. Se encuentra en deplorable estado de conservación. Se han tomado el acuerdo de interesar al Patrimonio Nacional en la reparación y dignificación de este importante testimonio histórico.

Se asistió a la inauguración del monumental reloj solar construido en la Puerta de Toledo, en Madrid, obra de nuestro asociado J.J. Caurcel

Se proyecta efectuar un viaje a Mallorca en el mes de Junio, con la colaboración inestimable de R. Soler y bajo su patrocinio, para visitar los numerosos y bellos relojes solares que allí existen

KRONIKRATES

LOS RELOJES DE SOL EN EL CAMINO REAL DE VITORIA A BURGOS A FINALES DEL SIGLO XVIII.
- AGUSTIN MERINO -

LOS RELOJES SOLARES EN LOS CAMINOS

El reloj solar fué en la remota antigüedad el elemento básico para la medición del tiempo. Los pueblos antiguos colocaban en las plazas públicas relojes de Sol, para que sus ciudadanos tuviesen una orientación de la hora que regía la organización de la vida pública en el municipio.

Acercándonos en el tiempo a la fecha en que se construye el Camino Real de Vitoria a Burgos vemos que en el siglo XVIII era frecuente la colocación de relojes de Sol en los caminos, lo que sin duda tenía como finalidad la orientación horaria para el viajero; los que perduran han quedado como un elemento artístico digno de ser mantenido, reconstruido o renovado.

Cita Miquel Palau que "En el terreno oficial tenemos el ejemplo de Catalina de Rusia, que reinó a partir de 1762. Sembró de relojes de Sol toda la ruta de Moscú a Petrogrado, pero esta acción era ya a finales del siglo XVIII, cuando se inicia la decadencia de los relojes solares."

También Jose Luis Basanta, en su estudio sobre los relojes de Sol de Galicia, dice: "Una interesante serie de relojes aislados se encuentra en la carretera general Vigo-Santiago en el tramo Redondela a Cangas de Reis. Están situados en los mojones o miliarios que marcaban a finales del XVIII las leguas de este camino. Su origen se remonta a las obras que inició el Arzobispo Raxoy, continuada y terminada por el Arzobispo Malvar... "La obra, magnífica para la época, estaba complementada con lo que se llamó Real Plantío o repoblación de ambas márgenes. Entre las obras de fábrica se encuentran los puentes y los citados legoeiros, con reloj de Sol, que señalaban las leguas"... "Como estas obras fueron realizadas por José Pérez Machado, arquitecto salmantino y Melchor de Ricoy es natural deducir que ellos fueron los autores de los relojes".

Estos curiosos mojones relojeros han sido citados antes y ahora. Así en "Recuerdos de un Viaje por España", de 1849, se lee "Al día siguiente salimos de Padron por el camino real que conduce a Pontevedra ... Elegantes pirámides para marcar las leguas cada una con su correspondiente reloj de sol"

E. Zinner, a su paso por Galicia en 1859 dice "En el norte de España, en la carretera de Vigo a Santiago existen algunos obeliscos de piedra cuadriláteros que muestran en su parte sur un Reloj, en una losa puesta en relieve dentro del cuadrilátero. Su distancia será de unos 1700 metros. Debieron ser construidos alrededor de 1800 y recuerdan a los obeliscos con reloj sur de la carretera de Bamberg a Coburg"

Esta nueva cita de relojes solares en los caminos que se empezaron a construir en tiempos del reinado de Carlos III y continuaron con Fernando VII es una prueba más de la moda que sin duda imperó en toda Europa. Sería conveniente investigar la presencia de estos relojes

solares al borde de los caminos en otras naciones europeas y sobre todo en España y recoger datos de los caminos que siglos atrás tuvieron cuadrantes solares ornamentales.

EL CAMINO REAL DE VITORIA A BURGOS

Entre los planos que guarda el archivo del Ministerio de Obras Públicas existe el que literalmente se denomina

Plano del Camino - Desde la Ciudad de Burgos - - Hasta - El confin de la Provincia de Alava - Fabricado a expensas de S.M. en virtud de sus Reales Ordenes de 12 de Junio de 1787 y 13 de Julio de 1788 - Dividido en cuatro hojas de a media jornada - con extensión hasta la Ciudad de Vitoria - Y - En otras cuatro hojas van dibujados sobre escala mayor los principales Puentes del mismo Camino y otras varias Obras executadas para mayor comodidad de los que lo usan - Por el Arquitecto Manuel de Echánove-

Con las nuevas técnicas que por estas fechas se inician se comenzó a construir numerosos caminos entre las más importantes ciudades y en nuestro país siguiendo el sistema radial que aún hoy perdura. Se ejecutaron obras complementarias para, como dice el título del plano " mayor comodidad de los que lo usan "

Las cuatro primeras hojas corresponden a los tramos del nuevo camino: Desde la ciudad de Vitoria a Miranda de Ebro. - De Miranda de Ebro a Cubo de Bureba. - De Cubo de Bureba a Castil de Peones. - De Castil de Peones a la ciudad de Burgos.- En estos planos se detallan minuciosamente las distancias entre los tramos, las paradas de Postas, el coste que correspondía al Erario Real, al Señorío de Vizcaya y a la Provincia de Alava, los tramos que cruzaba del antiguo camino romano y el emplazamiento de las nuevas fuentes construidas

Las hojas quinta y sexta corresponden a los nuevos puentes y a la planta y perfil del trazado.

La hoja séptima representa las cinco nuevas fuentes que se construyeron a lo largo del camino, así como las obras complementarias de plazuelas, abrevaderos, montaderos, etc

Y por fin la hoja octava, que es la que interesa resaltar, es una "Explicación de los Postes dibujados" que incluye :

1ª Pirámide que se ha levantado en la división de Castilla y Alava cuya planta va señalada con la letra A en la hoja primera

2ª Poste que se va a levantar en la división del Camino, que viene de Burgos a Vitoria y Bilbao y va señalado con la letra B en la hoja segunda .

3ª Pedestal que se ha levantado en la cumbre de Monesterio para acomodo de un cuadrante solar

4ª Un trozo de columna que en lo más alto de las cuencas se ha fabricado para formar sobre

una rueda que señala los puntos de la Brújula y sirva a los viajeros que quieran hacer observaciones geográficas desde aquel elevado sitio

.5º y 6º Postes que señalan las leguas

Como esta hoja octava es la última del Proyecto, está firmada por su autor: "Vitoria y Agosto 13 de 1792. - Manuel de Echanove -"

En la actualidad es posible contemplar los "postes" números 1, 2 y 3. Permanecen en pie la "pirámide" en el límite de las provincias de Burgos y Alava, en la carretera N-1 y el "poste" número 2 que se encuentra en la desviación de la carretera N-1 a la N-625 que siempre fué conservada por el Señorío de Vizcaya y posteriormente por su Diputación Foral. Este poste es denominado "La Cuba" pues en lo alto de su pedestal termina en una cuba de vino. En uno de sus témpanos está marcado un reloj solar

Del "poste" número 3 situado en la cumbre de de Rodilla queda solo el pedestal, donde iba colocado un reloj de sol que sin duda desapareció hace muchos años

No existe hoy día, en el "poste" número 4 el trozo de "columna" que se erigió en la divisoria de las cuencas del Duero y Ebro. Sobre el plano de la columna habían sido labrados los puntos cardinales, la "Bruxula" que dió el nombre a este Puerto.

Las ya indicadas reformas que se hicieron en el camino, mas la modificación de perfiles en declives y cuestas, nuevo pavimento, puentes, postes y plantaciones de árboles, tres nuevas posadas y seis fuentes, la columna de la Brújula, dos relojes solares, el obelisco en el límite de Castilla y Alava hicieron de este nuevo camino una obra importante, comparable a las mejores que se construían en Europa en aquellos tiempos

EL RELOJ SOLAR EN EL "POSTE DE LA CUBA" DEL CAMINO A BILBAO: Este "poste" ha sido desplazado de su primitivo asentamiento por las obras de reforma de la carretera N-1

La orientación, incorrecta en su nuevo emplazamiento, no es la que corresponde a este reloj vertical que debería orientarse al Sur.

Se halla sobre un pedestal cuadrado de piedra caliza que, rematado con una cuba de vino, lleva en uno de sus témpanos un reloj de sol. En la parte más alta del pedestal estan grabadas dos inscripciones, una de ellas dice "Camino de Vitoria" y en la otra cara "Camino de Bilbao". En la figura que reproducimos, tomada direc-

tamente del Proyecto y que no refleja exactamente el estado actual, puede verse "Camino para Francia" en lugar de la primera inscripción

La ficha de este reloj solar, tal como se encuentra en la actualidad, sería:

DENOMINACION:.....Reloj solar de La Cuba

SITUACION: Ameyugo, Burgos, en la carretera de Ameyugo-Orduña-Bilbao

LOCALIZACION Aislado. En la desviación de la carretera N-1 a la 625

FORMA: Semicircular.

CONSTRUCCION:.....Montado sobre pedestal de piedra caliza de 90 x 90 cms y 3 mts de altura. Sobre este hay una cuba en uno de cuyos frentes está el reloj

CUADRANTE: Semicírculo con horas inscritas en numerales arábigos de 8 h de la mañana a 6 h de la tarde. Division en horas completas

ESTILO: Varilla de hierro. Solo queda una pequeña parte de la misma

EL RELOJ SOLAR EN EL POSTE DEL MONASTERIO

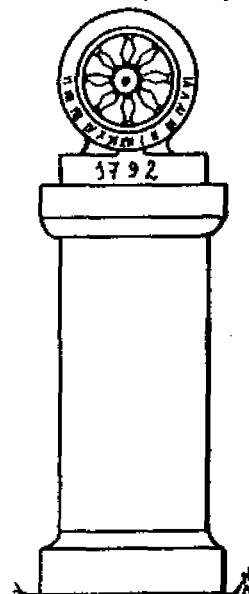
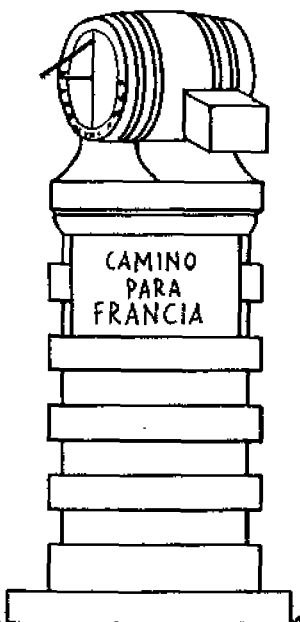
DE RODILLA: En la actualidad solo queda de este reloj su pedestal, en el mismo Puerto de la Brújula, a la izquierda de la carretera N1 en dirección Burgos-Miranda de Ebro y cercano a la fuente que existe en dicho puerto.

Al estar algo separado de la carretera no ha sido afectado por las numerosas obras de la misma, por lo que el pedestal no ha sufrido cambios de su emplazamiento primitivo. En una de sus caras orientada exactamente al Sur debió ir colocado el reloj solar.

El adorno, a modo de rueda o rosa de los vientos en el que iba grabado el reloj, debió desaparecer hace muchos años. El pedestal permanece y a la vista está

Así lo dice D. Manuel de Echanove: "Pedestal que se ha levantado en la cumbre del Monasterio para acomodo de un cuadrante solar"

Surge la duda si se llevó a cabo la colocación del reloj o se construyó solamente el pe-



destal, aunque creemos que fué efectivamente colocado, pues también en la descripción de "La Cuba" se habla en futuro y ahí está, desde que se hicieron las obras del camino real a finales del siglo XVIII.

En la figura, también tomada de los dibujos del proyecto, se ve que llevaba o debería llevar grabada la fecha de 1792, pero en las visitas hechas al lugar no se observa ninguna huella de que hubiese existido esta inscripción

La ficha de este reloj solar sería:

DENOMINACION.....Reloj solar de la Brújula

SITUACION.....Antiguo monasterio de Rodilla, en Burgos

LOCALIZACION.....Aislado. En el mismo puerto de la Brújula, junto a la fuente

FORMA.....Desaparecido actualmente. Debió consistir en una rueda labrada en piedra con un estilo en su centro

CUADRANTE.....Vertical orientado al Sur .Circular con numerales arábigos

CONSTRUCCION Montado sobre pedestal de piedra caliza de 80 x 80 cms. y 2,70 mts de altura. Encima llevaba una rueda que formaba el reloj, según puede verse en el dibujo

ESTILO.....Varilla metálica, probablemente de hierro

AUTOR.....El dibujo del mismo figura en el Proyecto de Echánove. 1792

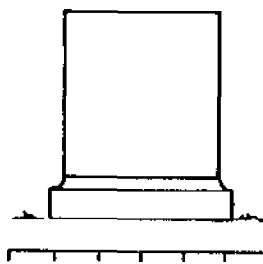
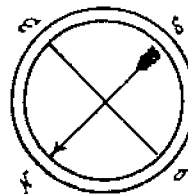
CONCLUSIONES

AL tiempo que comunico a los miembros de la Asociación de Amigos de los Relojes de Sol como nuestros queridos y admirados cuadrantes fueron elementos importantes en los caminos de Europa durante el siglo XVIII, sugiero que se prosigan estas investigaciones pues en España y otros países europeos deben existir muestras de cuanto he manifestado. Al mismo tiempo quiero hacer un ruego al MOPU y a la Jefatura de O.P. de Burgos, proponiendo lo siguiente:

1ª.-Reparar el reloj de sol de "La Cuba", en la Carretera N-I, limpiando la misma, reponiendo el estilite que falta y colocándolo en la orientación Sur que le corresponde

2ª.-Poner en el pedestal que existe en el Puerto de la Brújula el reloj solar que proyectó D. Manuel Echánove, de acuerdo con los planos citados

3ª.- Colocar en el puerto de la Brújula "Un trozo de



Escala de 6 pies

se sube la cuesta llamada de la Brújula, cubierta de arbolado a una y otra parte del camino y cuyo Puerto es uno de los más elevados de España.

Madrid. Junio 1988.

AGUSTIN MERINO

BIBLIOGRAFIA:

MANUAL DE DILIGENCIAS. -CARRERA DE MADRID A BAYONA-
Antonio Gutierrez Gonzalez. .Madrid. 1842

GUIA DEL VIAJERO DE ESPAÑA.
Francisco P. Mellado.- Madrid 1849.

RECUERDO A BERNARDO WARD YA SUS CAMINOS
Francisco Waie Sanmartín. -R.O.P. Septiembre 1963

LOS PRIMEROS INGENIEROS DE CAMINOS
Fernando Saez Ridruejo.- R.O.P.. Mayo 1983

COSAS DE ESPAÑA
Richard Ford. . Edición de Turner. Madrid 1974

RELOTGESDESOL
Miquel Palau.- Barcelona. 1977

RELOJES DE PIEDRA DE GALICIA
Jose Luis Basanta Fundación Pedro Barria.- La Coruña 1986

NOTA: Agustín Merino fué uno de los primeros miembros fundadores de la Asociación. El artículo que publicamos fué redactado el año 1988 para su inserción en este Boletín, que por diversas causas no ha salido a la luz hasta el presente año. Depraciadamente Agustín falleció en Agosto de 1990, por lo que no llegó a ver su publicación.

Como homenaje a su memoria rogamos a aquellos de nuestros asociados que tengan tal posibilidad que gestionen y traten de conseguir que el Ministerio de Obras Públicas, o algun otro Organismo Público o Privado realice las propuesta que expone en sus "Conclusiones" lo que permitiría reconstruir y mantener, con la dignidad que se merecen, estos vestigios de nuestro pasado que muestran las implicaciones científicas, poco conocidas, de algunos de aquellos pedreros y costructores que vivieron hace doscientos años

Como es natural la Asociación agradece y está siempre dispuesta a aceptar, cualquier tipo de información, sugerencia, colaboración o crítica referente a este artículo o que esté relacionada con este tema. Las ilustraciones han sido tomadas de los dibujos del proyecto.

DETERMINACION DE LA TANGENTE DE UN ANGULO SIN RECURRIR A TABLAS TRIGONOMETRICAS
Aplicación al trazado de un reloj horizontal

Para el cálculo y trazado gráfico de los cuadrantes solares suele ser necesario conocer el ángulo de la latitud ϕ y materializarlo en el dibujo por medio de un círculo graduado, o por el valor de alguna de sus funciones trigonométricas

La fórmula que se indica a continuación permite determinar este ángulo por su tangente, sin emplear tablas trigonométricas. Puede ser utilizada por un náufrago en una isla desierta que haya perdido sus astrolabios, brújulas y cuadrantes o por un partidario acérrimo del "hágalo usted mismo"

Se basa en la fórmula de adición siguiente:

$$\operatorname{tng}(b+a) = (\operatorname{tng} b + \operatorname{tng} a) / (1 - \operatorname{tng} b \cdot \operatorname{tng} a)$$

expresando a y b en grados, con $a < 5^\circ$ para que sea admisible substituir, dentro de la precisión deseada, el arco por su tangente, $a = a^\circ \times \pi/180$.

Haciendo $\phi = a + b$ obtenemos

$$\operatorname{tng} \phi = (57,29 \cdot \operatorname{tng} b - b + \phi) / (57,29 + b \cdot \operatorname{tng} b - \phi \cdot \operatorname{tng} b)$$

Si tomamos como base $b = 45^\circ$, $\operatorname{tng} b = 1$, se obtiene

$$\operatorname{tng} \phi = (57,29 - 45 + \phi) / (57,29 + 45 - \phi)$$

retocando los coeficientes, para mayor sencillez y estética, se consigue finalmente la elegante fórmula

$$\text{Entre } 36^\circ \text{ y } 50^\circ \dots \operatorname{tng} \phi = (12 + \phi) / (102 - \phi) \quad (1)$$

que da para toda la Península ($36^\circ < \phi < 46^\circ$), el valor de $\operatorname{tng} \phi$ con tres cifras decimales exactas, precisión muy suficiente para nuestras aplicaciones

En la fórmula anterior el valor de ϕ debe expresarse en grados y decimales de grado (sexagesimales). La aplicación de esta expresión, entre 36° y 48° , que a continuación se expone muestra el límite de error:

ANGULO	TANGENTE	FORMULA	ERROR
36°	0,7273	0,7265	0,0008
40°	0,8387	0,8391	0,0004
44°	0,9655	0,9657	0,0002
48°	1,1111	1,1106	0,0005

Se observa que el error cometido utilizando la fórmula aproximada dentro de su campo de aplicación no excede de cinco diezmilésimas, equivalentes a unos 40 segundos de arco, precisión muy suficiente para nuestras aplicaciones.

Si no queremos olvidar a nuestros hermanos canarios (o musulmanes), que están por las latitudes entre los 28° y 36° , tomaremos como base $b = 26,56^\circ$ o sea el ángulo cuya tangente vale 0,50. Obtenemos:

$$\text{Entre } 22^\circ \text{ y } 36^\circ \dots \operatorname{tng} \phi = (4,14 + 2 \phi) / (141 - \phi) \quad (2)$$

Se ha procurado que los coeficientes de estas fórmulas sean sencillos y fácilmente memorizables. Es posible desarrollar otras expresiones de las mismas con base diferente, que no se presentan por su escaso interés

La tabla correspondiente figura a continuación:

ANGULO	FORMULA	TANGENTE	ERROR
22	0,4045	0,4040	0,0005
26	0,4882	0,4877	0,0005
30	0,5778	0,5774	0,0004
34	0,6742	0,6745	0,0003

Como anteriormente, se observa que el error es del orden de 5 diezmilésimas. En realidad se ha substituido, la curva que representa a la función $y = \operatorname{tng} x$ por la hipérbola $y = (a+b \cdot x)/(c-x)$, en un intervalo fijado, ajustando convenientemente los coeficientes

Insertamos a continuación otra fórmula, para ángulos menores de 6 grados, basada en el desarrollo en serie de la función tangente

$$\operatorname{tng} x = x + x^3/3 + 2 x^5/15 + 17 x^7/315 + \dots$$

Limitándonos al primer término se obtiene la sencilla relación, válida para ángulos menores de 6 grados

$$\text{Entre } 0^\circ \text{ y } 6^\circ \dots \operatorname{tng} \phi = 7/4 (\phi/100) = 0,0175 \phi \quad (3)$$

y como comprobación, la consabida tabla:

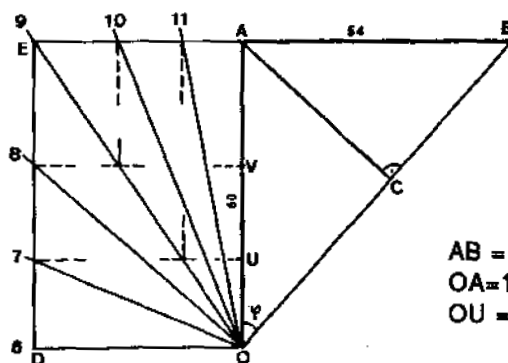
ANGULO	TANGENTE	FORMULA	ERROR
1°	0,01746	0,01750	0,00004
3°	0,05241	0,05250	0,00009
4°	0,06993	0,07000	0,00007
6°	0,10510	0,10500	0,00010

Los ángulos de 15° , 30° , 45° , 60° y 75° se emplean frecuentemente para el trazado de las líneas horarias. Recordando que $\sqrt{3} = 1,7320\dots$ su expresión más sencilla es:

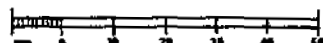
$$\begin{aligned} \operatorname{tng} 15^\circ &= 2 - \sqrt{3} = 0,268 \\ \operatorname{tng} 30^\circ &= \sqrt{3}/3 = 0,577 \\ \operatorname{tng} 45^\circ &= 1 = 1,000 \\ \operatorname{tng} 60^\circ &= \sqrt{3} = 1,732 \\ \operatorname{tng} 75^\circ &= 2 + \sqrt{3} = 3,732 \end{aligned} \quad (4)$$

Como aplicación de todo lo anterior dibujamos un cuadrante horizontal para $\phi = 42^\circ$, sin utilizar más que una escuadra graduada en milímetros (o en pulgadas, si el náufrago fuese inglés como es habitual en las novelas)

Para el trazado se emplea únicamente la fórmula (1) y los valores de $\operatorname{tng} 15^\circ = 0,278$ y $\operatorname{tng} 30^\circ = 0,577$ indicados en (4)



$$\begin{aligned} \phi &= 42^\circ \\ EA &= AC \\ AB &= 12 + 42 = 54 \\ OA &= 102 - 42 = 60 \\ OU &= 60 \times 0,268 = \\ &= 16,08 \\ OV &= 60 \times 0,577 = \\ &= 34,62 \end{aligned}$$



CONSTRUCCION DE UN RELOJ SOLAR QUE INDICA EL TIEMPO SIDEREAL. - H. MICHNIK-

MICHNIK es conocido entre los investigadores sobre Gnomónica por su publicación *BEITRÄGE ZUR THEORIE DER SONNENHUREN*, Leipzig 1914 y sobre todo por su original artículo *THEORIE EINER BIFILAR SONNENUHR* publicada en la "ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN". En la misma revista, Abril de 1922, se encuentra también su interesante nota *KONSTRUKTION EINER SIDERISCHEN SONNENUHR* cuya traducción se inserta seguidamente.

HORA SIDEREAL: Para obtener la hora sidereal partiendo del tiempo solar verdadero, dado por un reloj de sol usual, es necesario sumar a esta hora la ascension recta del Sol, para lo cual es necesario conocerla en cada momento

Sin embargo, utilizando un reloj de sol especial, es posible hallar directamente el tiempo sideral sin necesidad de utilizar esta coordenada solar.

No hemos encontrado ninguna referencia de este método, por lo que se expone a continuación.

En un lugar y día del año determinados, y para cada hora sidereal, se conoce la posición de la esfera celeste con respecto al horizonte y por consiguiente de la eclíptica, independientemente de cual sea la posición del Sol, irrelevante para este concepto.

Imaginemos una superficie arbitraria η , plana o curva, fija con relación al plano horizontal y por encima de la misma un punto Q también fijo. Hagamos pasar por Q el plano de la eclíptica, que cortará a la superficie según una línea l que será el lugar geométrico del recorrido en el transcurso de un año del punto fijo en la eclíptica que señala una hora sidereal determinada. La línea l es por consiguiente una línea horaria para esta hora y la llamaremos línea horaria sidereal.

El plano de la eclíptica forma con el eje celeste un ángulo de $90^\circ - \epsilon$ donde ϵ es la inclinación de la eclíptica. En su giro durante el transcurso del día sidereal este plano envuelve a un cono de revolución cuyo eje es el eje celeste y cuyo ángulo cónico es $90^\circ - \epsilon$. Este plano es tangente a la esfera en los dos círculos de los solsticios σ y σ' . Los círculos máximos de la esfera tangentes a estos círculos son por lo tanto líneas horarias sidereales esféricas y los planos que los determinan cortan a la superficie η según las líneas horarias l del reloj solar sidereal.

LINEAS HORARIAS SIDEREAS EN ALGUNAS SUPERFICIES CURVAS: La proyección (gnomónica desde O) sobre el interior de una esfera cuyo centro sea O constituye una representación exacta de la esfera celeste, con sus círculos máximos tangentes a σ y σ' . Evidentemente se puede prescindir de la parte superior de la esfera y utilizar solamente la zona comprendida entre los círculos de los solsticios.

De un modo semejante es posible proyectar las líneas horarias esféricas en el interior de un cono de revolución

cuyo eje coincida con el eje celeste y en el cual deberán situarse, como es natural, el vértice del cono y el extremo del gnomon a la distancia adecuada. Las proyecciones de los círculos σ y σ' son también círculos y la imagen gnomónica de los círculos máximos son elipses congruentes. No es necesario tomar en consideración la parte del cono situada por encima del plano horizontal que pasa por O , solamente la zona comprendida entre los solsticios. En el caso especial que la superficie de este cono sea paralela a la del cono sosticial las líneas horarias serán parábolas congruentes.

En lugar del cono se puede efectuar la proyección sobre un cilindro, en cuyo caso también son iguales los círculos σ y σ'

CONSTRUCCION DE LAS LINEAS HORARIAS SIDEREAS

SOBRE UN PLANO: Situemos el plano del reloj paralelo al plano ecuatorial. Los círculos σ y σ' se confunden en un solo círculo σ cuyo radio p se obtiene por la expresión $p = g \operatorname{ctg} \epsilon$ donde g es la distancia del extremo Q del gnomon al plano. Las líneas horarias son rectas tangentes a este círculo, con sus puntos de tangencia a intervalos regulares de 1 hora cada 15° . El trazado de esta figura es tan sencillo que no nos ocuparemos de él por el momento. Cuando la declinación solar sea boreal deberá disponerse el punto Q al norte, en caso contrario al sur del plano ecuatorial.

Quando el punto Vernal esté en su culminación superior, o sea cuando comienza a contarse el tiempo sidereal, la línea horaria sidereal de las 0^h está situada al oeste del mismo (para el gnomon al norte) y dispuesta paralelamente al plano meridiano, de aquí se deduce la numeración de las restantes líneas horarias. En la cara sur estarán las líneas homólogas. Por lo tanto hay dos líneas horarias que corresponden al mismo punto de la sombra de O

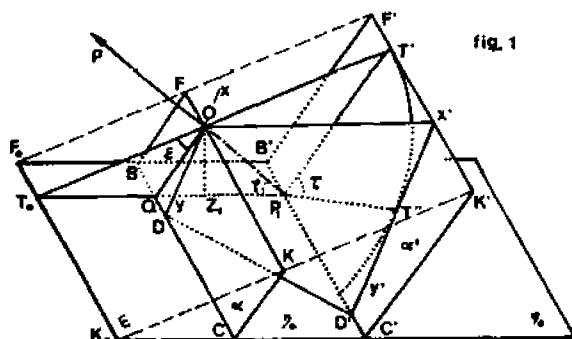
Si, en la cara norte, la sombra del extremo del gnomon cae en el punto de corte de las líneas de 22^h y 4^h puede existir ambigüedad por esta doble designación de la hora, pero es posible resolverla mediante la siguiente regla: si, mirando desde el centro de la esfera celeste, está el sol a la derecha del punto solsticio de verano se utilizarán las partes de las rectas tangentes que están a la derecha del punto de tangencia, visto este desde el interior del círculo, o en caso contrario las partes a su izquierda. En el ejemplo que acabamos de exponer también son las 22^h cuando el día de observación sea anterior al solsticio, de no ser así, son las 4^h sidereales. Si, en la cara norte, cae la sombra sobre el punto de tangencia de una línea horaria, por ejemplo 2^h esta será la hora sidereal y la observación se está efectuando precisamente el día del solsticio de verano.

Se puede obtener el valor aproximado de la hora solar por medio de los valores de cada una de las dos líneas horarias que señala la sombra θ_1 y θ_2 por la fórmula: $t = 1/2 (\theta_1 + \theta_2) \pm 6^h$ utilizando el signo superior cuando la diferencia absoluta de los valores de θ_1 y θ_2 sobrepase 12 horas e inferior cuando sea menor.

Para el gnomon sur se invertirán los términos

Consideremos ahora un nuevo reloj de sol cuyo plano sea horizontal y esté situado en un lugar cuya latitud geográfica sea de 50° . El eje celeste que pasa por el extremo del gnomon atraviesa este plano horizontal η_0 en el punto P_1 (ver figura 1). Hagamos pasar por Q al plano ecuatorial α que será perpendicular a OP_1 y por P un plano paralelo α' . Las intersecciones del plano horizontal η_0 con α y α' son las líneas BC y $B'C'$. El plano α' es análogo al que figura en la descripción anterior del reloj sidéreo ecuatorial

Cuando se verifique el orto del punto Vernal, a la hora siderea 18^h , el plano de la eclíptica E estará en la posición que indica la figura (se ha dibujado como si fuese transparente). Su intersección con el plano η_0 es F_0K_0 , con el α' $F'K'$ y con α es FK . Estas tres rectas y la recta $B'C'$ son todas paralelas a BC . Las rectas $F'K'$ y F_0K_0 son líneas horarias sidéreas de las 18^h , la primera para el plano α' y la segunda para el η_0 .

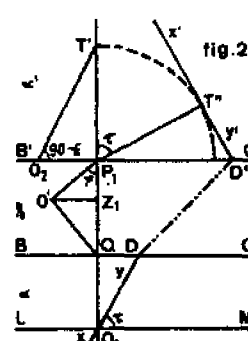


El plano meridiano que pasa por O corta al de la eclíptica según la recta T_0T' . El ángulo $T_0OT' = 90^\circ - \epsilon$ es complementario de la inclinación de la eclíptica, este ángulo no varía durante el giro diario del plano de la eclíptica por lo que la recta $F'K'$ en el plano fijo α' pasa a una nueva posición $X'Y'$ pero conservándose siempre tangente a un círculo de centro P_1 y radio P_1T' . Para un ángulo de giro determinado $T'P_1T'' = \tau$ se puede trazar la recta $X'Y'$ y por lo tanto hallar su punto de corte D' con la recta $B'C'$ del plano α' .

La posición de la recta FK en el plano α también varía al girar la eclíptica. Su nueva posición en XY queda determinada por el ángulo $KOY = \tau$ y es paralela a la recta $X'Y'$. Su punto de intersección D con la recta fija BC y su posición permiten trazarla en el plano α . Obtenemos así dos puntos de la eclíptica D y D' en el plano horizontal η_0 correspondientes a la hora siderea $18^h + \tau$. La recta que une estos puntos es por lo tanto la línea horaria que indica esta hora siderea

En la figura 2 puede verse más detalladamente la construcción de estas líneas horarias. Se toma como plano del dibujo el plano horizontal η_0 sobre el que se abaten alrededor de sus trazas BC y $B'C'$, el plano

ecuatorial α hacia abajo el α' hacia arriba y el triángulo $OQ P_1$ hacia la izquierda, alrededor de QP . El punto O queda en O' y el gnomon $O'Z_1$ es perpendicular en Z_1 a $Q P_1$. El ángulo $O'P_1Z_1$ es igual a la latitud $\phi = 50^\circ$ y $O'Q$ es perpendicular a $O'P_1$. Además son perpendiculares a P_1Q las rectas $B'C'$ en P_1 y BC en Q . Marquemos el segmento $QO_1 = QO'$ en la prolongación de P_1Q . Tracemos por Q_1 la recta LM paralela a BC , y construyamos en el plano abatido α' el triángulo rectángulo O_1P_1T' en el que $P_1O_1 = P_1O'$ y el ángulo $P_1O_1T' = 90^\circ - \epsilon$. Tracemos un círculo con centro en P_1 y radio P_1T' y para tener en cuenta el movimiento del punto Vernal cuando hayan transcurrido τ horas hagamos al ángulo $T'P_1T''$ igual al tiempo τ que representa el ángulo girado



(una hora es equivalente a 15°) y tracemos la tangente $X'Y'$ en el punto T'' del círculo. Sea D' su punto de corte con $B'C'$. En el plano abatido α tracemos la recta XY que pasa por O_1 y forma el ángulo $MO_1Y = \tau$ con OM , sea D su punto de corte con BC . Unamos D con D' . La recta DD' será por consiguiente la línea horaria correspondiente a la hora siderea $\theta = 18^h + \tau$.

Para la construcción de otras líneas horarias no es necesario el trazado sucesivo de las nuevas tangentes. Prolongando PT' hasta su punto de intersección con la tangente que correspondería a $\tau = 90^\circ$ (perpendicular a $B'C'$) obtenemos que $P D'' = P D'$ y el trazado de la tangente $T'D'$ puede evitarse.

Además una vez conocida una tangente se pueden trazar otras tres. Llamemos θ a la hora siderea correspondiente a la línea DD' y Δ y Δ' los puntos simétricos de D y D' con respecto a la línea de Mediodía P_1Q , estos puntos nos darán las líneas horarias para las horas sidéreas $D'\Delta$ para $24^h - \theta$, $D\Delta'$ para $12^h + \theta$ y $\Delta\Delta'$ para $12^h - \theta$. Por ejemplo, para $\theta = 20^h$ podemos obtener a la vez las líneas horarias para las 20, 4, 8 y 16 horas.

La posición de los puntos D y D' puede calcularse trigonométricamente. En la figura 2 tenemos:

$$O'P_1 = g/\sin \phi \quad , \quad P_1T' = g \cdot \text{ctg } \epsilon / \sin \phi$$

de lo que, siendo g la longitud $O'Z_1$ del gnomon, $QO = O'Q$ y $O P_2 = O'P_1$ se deduce:

$$PD' = g \cdot \text{ctg } \epsilon / \sin \phi \sin \tau$$

además como $O'Q = g/\cos \phi$ y $QD = O'Q \cdot \text{ctg } \tau$ se obtiene finalmente

$$QD = g \text{ ctg } \tau / \cos \phi.$$

También es posible calcular directamente la posición de las líneas horarias por geometría analítica. Situemos los ejes coordenados en el pie del gnomon Z en el plano

horizontal y sean los sentidos positivos de los ejes X,Y,Z las direcciones Oeste, Norte y Zenit respectivamente. La ecuación del plano de la eclíptica que pasa por el punto O extremo del gnomon, será:

$$x \cos \alpha = y \cos \beta + (z-g) \cos \gamma = 0.$$

donde α, β, γ , son los ángulos que forman las puntos Oeste, Norte, y Zenit con el polo de la Eclíptica, o sea:

$$\cos \alpha = -\sin \varepsilon \cos \theta$$

$$\cos \beta = \cos \varepsilon \cos \varphi + \sin \varepsilon \sin \varphi \sin \theta$$

$$\cos \gamma = \cos \varepsilon \sin \varphi - \sin \varepsilon \cos \varphi \sin \theta$$

Haciendo $z = 0$ obtendremos las ecuaciones de las líneas horarias sidéreas en el plano horizontal

$$x \cos \alpha + y \cos \beta = g \cos \gamma$$

Los puntos de intersección de estas líneas con las rectas BC y B'C' cuyas ecuaciones son:

$$y = g \tan \varphi \quad \text{y} \quad y = -g \cot \varphi$$

tienen por consiguiente las abscisas:

$$x_D = g \tan \theta / \cos \varphi \quad \text{y} \quad x_D = -g \cot \theta / \sin \varphi \cos \theta$$

si hacemos en ellas $\theta = 18^\circ + \tau$, tendremos:

$$x_D = -g \cot \tau / \cos \varphi \quad \text{y} \quad x_D = -g \cot \tau / \sin \tau \cos \varphi$$

que eran, salvo el signo, los valores de QD y de P₁ D'

En la figura 3 se ha dibujado un reloj solar horizontal con líneas horarias sidéreas para latitud $\varphi = 50^\circ$ N.

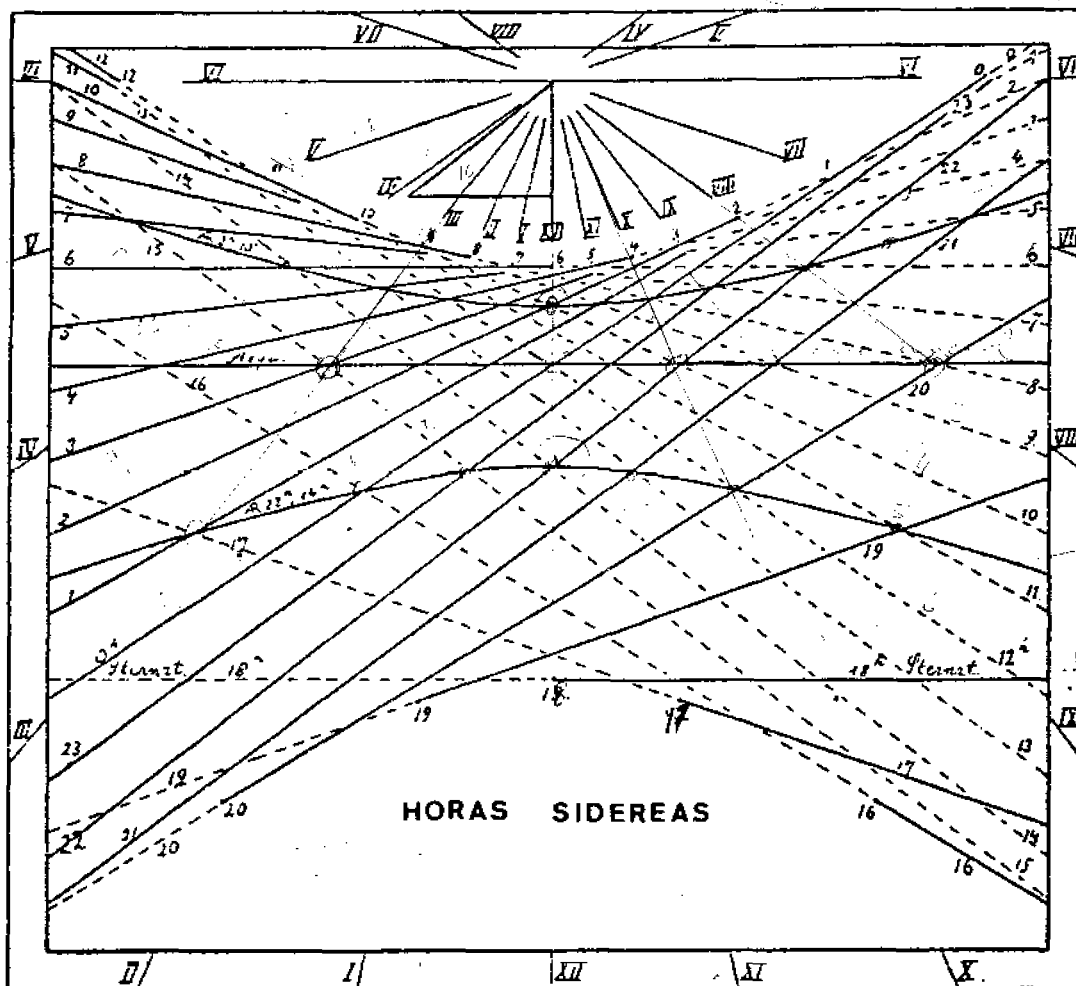
Como se ya ha indicado, por cada punto de su superficie pasan dos líneas horarias (Se han dibujado con una hora sidérea de intervalo.)

Los días de los solsticios cae la sombra del extremo del gnomon en el punto de tangencia de la línea horaria con la hipérbola sosticial. Si el Sol está a la derecha del punto sosticial de verano, en la eclíptica, caerá la sombra a la derecha del punto de tangencia, en otro caso a la izquierda. Derecha e izquierda se entienden vistas desde el interior de la parte cóncava de las ramas de hipérbola a la que sea tangente la línea horaria

Cuando el punto sosticial llega a su ocaso (alrededor de las 14^h de tiempo sidéreo) el Sol solo puede estar a su izquierda durante el día, por lo que la línea horaria correspondiente se utiliza en toda su longitud, al orto sucede lo contrario. En ambos casos las líneas horarias son las asíntotas de las hipérbolas sosticiales.

Con objeto de facilitar la lectura del tiempo sidéreo se ha dibujado de trazo continuo las partes de las tangentes que se utilizan como líneas horarias en los días anteriores al solsticio de verano y de puntos para los días posteriores

También se ha trazado las líneas horarias usuales de un reloj de tiempo solar y dos líneas de igual ascensión recta, una para 2^h y 10^h y la otra para 22^h y 14^h



EL RELOJ SOLAR SIDEREO EN EL CIRCULO POLAR: En el círculo polar norte, a la latitud de $90^\circ - \varepsilon$ coinciden la eclíptica y el horizonte en el momento del orto del punto Vernal y para $\theta = 18^h$ sidéreas. El Sol está también en el horizonte en este instante y se aleja del mismo hasta el día del solsticio de verano.

Las horas contadas desde la salida (puesta) del Sol se denominan Horas Babilónicas (Itálicas). En los antiguos tratados de Gnomónica se encuentran más detalles sobre estas horas.

En el círculo polar norte los círculos máximos de la bóveda celeste que determinan las horas babilónicas e itálicas conservan constantemente, en el transcurso de un día sidéreo, la misma posición con respecto a la eclíptica y por lo tanto las líneas horarias babilónicas e itálicas son idénticas a las líneas horarias sidéreas. La línea horaria para τ horas de tiempo babilónico será la misma línea horaria para $(18+\tau)$ de tiempo sidéreo.

CONSTRUCCION DE LAS LINEAS HORARIAS BABILONICAS E ITALICAS: Estas líneas se pueden construir, para cada latitud geográfica determinada, como un caso especial de las sidéreas, sustituyendo la eclíptica por un círculo máximo que coincide con el del horizonte una vez al día y es arrastrado por el giro diario de la esfera celeste. Este círculo forma con el ecuador un ángulo $\varepsilon = 90^\circ - \varphi$.

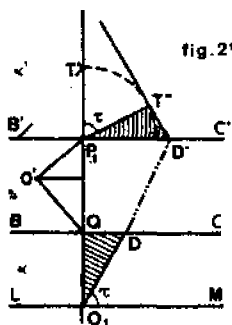


fig. 2'

El plano $F F' K K'$ será horizontal por lo que el radio $P_1 T' = O_1 Q_1$ y los triángulos $P_1 T' D'$ y $O_1 Q_1 D$ congruentes. Se deduce que $P_1 D' = O_1 D$, lo que permite una sencilla construcción del punto D' . La línea horaria DD' así obtenida corresponde por lo tanto a las τ^h babilónicas o itálicas (Figura 2')

La envolvente de estas líneas es una parábola.

INSTALACION Y USO DEL RELOJ SOLAR SIDEREO: Para instalar adecuadamente este reloj es necesario conocer la línea de Mediodía (Meridiana) o bien la hora de tiempo solar verdadero. También se puede instalar con bastante aproximación conociendo la hora sidérea o ascensión recta el día de su instalación y utilizando las líneas horarias en las que por intercalación es posible apreciar intervalos menores de 1/2 hora.

El reloj solar sidéreo permite determinar tanto la hora solar de tiempo verdadero como la hora sidérea y la ascensión recta del Sol. También es posible hallar la posición de la eclíptica con respecto al horizonte, que es indicada por la línea horaria DD' que señala los puntos superior e inferior de la misma. Estos puntos juegan en Astrología un papel importante. El primero, es el Horóscopo o Ascendente y el segundo el Descendente. Los astrólogos necesitan para sus predicciones conocer

con la mayor precisión la posición del Ascendente en la hora del nacimiento de un ser humano. Clavius construyó un reloj de Sol especial que permitía hallar por lectura directa los ortos de los signos de la eclíptica (Signa Zodiaci Ascendentia). Este resultado también puede obtenerse directamente con ayuda del reloj sidéreo. El punto Aries está situado en la recta DO y se encuentra sobre el horizonte desde las 18 a las 6 horas de tiempo sidéreo. El ángulo que esta recta forma con la línea horaria sidérea es el valor del Ascendente buscado por los Astrólogos.

Si se traza desde Z_1 (fig.2 y fig.4) la perpendicular $Z_1 N$ a la línea horaria DD' se obtiene el Nonagésimus o sea el punto de la eclíptica más alto sobre el horizonte, que no es en sí mismo mas que el ángulo $O N_1 Z_1$ que forman la eclíptica y el horizonte.

Para determinar la altura y Azimut del Sol es suficiente considerar al gnomon $Z_1 O$ con su sombra $Z_1 \Theta$. Si se dirige, en el plano de la eclíptica y en un punto cualquiera de la recta $\Theta_1 O$, por ejemplo en O , la perpendicular hacia el Oeste, se encuentra la dirección del Apex Schiaparelli, o sea la dirección hacia la que se dirige la Trayectoria de la Tierra.

Abril 1924.

H. MICHNIK

NOTA DEL TRADUCTOR

El verdadero objeto de esta nota es llenar el espacio en blanco que queda entre el punto final del anterior artículo y el comienzo de la página siguiente, a petición del Editor y por razones de estética tipográfica. No obstante la aprovecharemos para insertar algunos ligeros comentarios al SIDERISCHE SONNENUHR de Michnik.

La hora sidérea viene determinada por la posición con respecto al horizonte del punto Vernal y por consiguiente de la eclíptica, siendo indiferente la propia situación del Sol en la eclíptica. El Sol se emplea únicamente como indicador de su posición angular horaria.

La proyección gnomónica, desde su centro, de la bóveda celeste sobre un plano constituye el reloj solar. Todos los círculos máximos se proyectan como rectas y los círculos menores como cónicas. Las proyecciones de las sucesivas posiciones angulares de la eclíptica en el transcurso del día son pues las rectas horarias señaladas por la situación del Sol, que siempre se encuentra en el plano de la eclíptica. Estas rectas horarias sidéreas serán tangentes a las proyecciones (hipérbolas en nuestras latitudes) de los dos círculos sosticiales. Observando la línea horaria en la que se proyecte la imagen del Sol (en realidad la sombra del extremo del gnomon) se conocerá la hora sidérea correspondiente.

Michnik expone y determina estas líneas horarias, gráficamente y por medio del cálculo, lo que le permite dibujar y presentar a la atenta y aguda consideración de sus lectores un reloj solar sidéreo horizontal, construido para la latitud de $50^\circ N$, suponemos que la de Praga, lo que confirmaría su apellido y estilo literario, algo rasposo.

Utilizando un recurso muy del agrado de los gnomonistas, que emprenden fantásticos viajes al Ecuador, Polo e incluso al centro de la Tierra cargados con sus cuadrantes (al menos mentalmente), lleva su reloj al Círculo Polar Ártico donde puede comprobar que las líneas horarias sidéreas coinciden con las líneas horarias babilónicas, lo que infudablemente hubiera sorprendido a los babilónicos, que aunque ya conocían y utilizaban las horas sidéreas no imaginaban que fuese posible trasladarse al Círculo Polar con tanta facilidad.

Deduce que las líneas babilónicas son un caso especial de las sidéreas y aclara su construcción geométrica. Termina exponiendo varias aplicaciones de su reloj sidéreo que permiten hallar la hora solar, hora sidérea, ascensión recta, posición de la eclíptica, e incluso el Ascendente y otros útiles datos astrológicos. - M. L. S.-

MEDIDA DE LA DECLINACION DE UN MURO Y CALCULO DEL RELOJ DECLINANTE. J de la Calle

Jesus de la Calle expone en el siguiente artículo un método sencillo y preciso para el trazado y construcción de un reloj vertical declinante. Se basa en la identificación del plano horario cuya traza sobre el muro es vertical. Conociendo la hora solar en este instante resuelve elegantemente el problema y el diseño del reloj, incluso sin necesidad de utilizar el ángulo de declinación del muro ni trazar la meridiana

INTRODUCCIÓN

Para la construcción de un reloj de sol vertical es necesario conocer la situación del lugar de emplazamiento y la orientación del muro. La determinación de la longitud y latitud del lugar no ofrecen normalmente ninguna dificultad, basta disponer de cualquier mapa o atlas, con los que se obtiene hasta la décima de grado, precisión más que suficiente. Por lo tanto el problema se reduce a encontrar un método eficaz para la medida de la declinación del muro.

Los antiguos libros de Gnomónica, e incluso algunos tratados modernos, describen métodos para determinar la declinación bastante engorrosos y poco precisos. Por ejemplo, si se traza en el suelo la línea meridiana el resultado final tendrá una imprecisión superior a medio grado, incluso procediendo con el mayor cuidado.

En este artículo se describe un método de gran precisión y sencillez. Tan simple es que nos permite encargar a cualquier persona la toma del dato y podremos diseñar el reloj, sin haber visto nunca el muro en el que se ha de instalar

El único dato que necesitamos para calcular la orientación del muro es la hora exacta en la que el Sol está justamente "frente" al muro, es decir, en un plano vertical perpendicular al pie del muro. Para ello no es necesario más que un reloj que marque la hora exacta.

Hoy día todos poseemos un dispositivo mecánico, de extraordinaria precisión y fácil uso: el reloj de pulsera. Si dispone de segundero es posible apreciar un desplazamiento angular del Sol de un segundo de arco.

Para obtener esta precisión de un décimo de grado se ha de apreciar intervalos de tiempo de 24 segundos, lo que es posible aún sin disponer de segundero

EFFECTODELADECLINACION:

La orientación o declinación de un muro es un dato fundamental para el cálculo de las líneas horarias ya que su imprecisión afecta más que un error en latitud en su trazado. Una ligera variación de la declinación trae como consecuencia una alteración apreciable de los ángulos que forman estas líneas

Si un muro está exactamente orientado en la dirección Este-Oeste decimos que "mira" al Sur. (Figura 1). Su base es perpendicular a la línea meridiana, lo que

equivale a decir que en el instante del mediodía solar, o verdadero, el Sol está en un plano perpendicular al pie del muro. En este caso el dibujo del reloj es simétrico con relación a la vertical o línea horaria de las 12 (Figura 1).

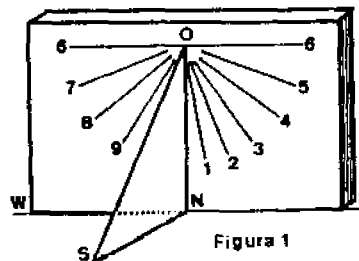


Figura 1

Si suponemos ahora que el muro gira alrededor de la vertical O N hacia el Oeste (Figura 2) la línea de las 12^h no se modifica porque es el propio eje de giro. Por lo tanto en un reloj vertical la línea de las 12^h es siempre la vertical trazada por el centro O del reloj.

El efecto de la declinación del muro trae como consecuencia un variación de los ángulos que las líneas horarias forman con la línea de las 12.

También experimenta un desplazamiento angular la línea llamada "subestilar" que es la proyección ortogonal del estilo sobre el plano del reloj, o lo que es lo mismo, la

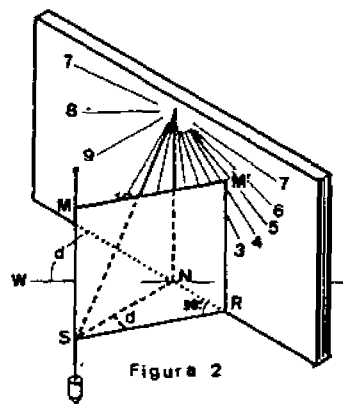


Figura 2

línea que coincide con la sombra del estilo cuando el Sol está situado en un plano perpendicular al muro. (En el anterior reloj orientado al Sur coincidía con la línea de las 12^h) El plano perpendicular al muro es el horario correspondiente a la hora 12+ δ que no será, en general, una hora entera

FUNDAMENTOS DEL CALCULO

1.) Cálculo de la Declinación:

Si imaginamos una plomada colocada en el punto S de la figura 2 su sombra en el instante de mediodía coincidirá con la meridiana N-S del plano horizontal, y al cabo de cierto tiempo t_p estará sobre la línea SR. Si esta es perpendicular al muro, el ángulo recorrido δ es equivalente a la declinación del muro.

Este tiempo t_p es la diferencia entre la hora del paso del Sol por la perpendicular al muro y la hora de paso por la meridiana del lugar. Estos dos instantes son conocidos: el primero es el dato (hora exacta) que debe comunicarnos el observador y el segundo, paso del Sol por la meridiana, se obtiene con facilidad según veremos después.

Evidentemente existe una correlación entre la declinación δ y el tiempo t_p que el Sol ha tardado en recorrer el arco diurno desde la meridiana hasta llegar a esta segunda posición. La expresión que la regula se obtiene del triángulo esférico (Figura 3) en el que N es el

polo Norte, Z el cénit, Hn-Hs el horizonte racional, A la posición del Sol y δ su declinación

En el triángulo N Z A se conocen el ángulo horario $hp = (15^\circ \times tp)$, el lado $NZ = 90^\circ - \varphi$, y el $NA = 90^\circ - \delta$

El acimut del Sol, o sea el ángulo d que la sombra de la plomada P forma con la meridiana, en el plano horizontal, se calcula por la expresión:

$$\begin{aligned} \operatorname{ctg}(90^\circ - \delta) \times \sin(90^\circ - \varphi) &= \\ &= \cos(90^\circ - \varphi) \times \cos hp + \sin hp \times \operatorname{ctg}(180^\circ - d) \end{aligned}$$

luego:

$$\operatorname{tg} d = \sin hp / (\sin \varphi \times \cos hp - \cos \varphi \operatorname{tg} \delta)$$

donde el valor de d nos define la orientación del muro con respecto a la meridiana

2) Cálculo de la hora subestilar

Como anteriormente hemos establecido, cuando el Sol está en un plano horario que es perpendicular al plano del muro (Figura 4) la sombra del estilo cae sobre la subestilar, y la traza de este plano sobre el horizontal es una línea perpendicular al pie del muro, por lo tanto este forma con la meridiana este mismo ángulo d ya calculado. Además d es el ángulo horario en un reloj solar para la hora

ts , cuya fórmula es es muy conocida:

$$\operatorname{tg} d = \operatorname{tg} h \times \sin \varphi$$

Por tanto calculando $\operatorname{tg} d$ se conocerá la hora subestilar hs ($hs = 15^\circ \times ts$) y de aquí

$$\operatorname{tg} hs = \operatorname{tg} h / \sin \varphi$$

Una vez obtenido este valor es muy fácil calcular el resto del reloj

3) Ángulo horario de la subestilar

Puesto que realmente el estilo es una línea en el espacio que representa al eje del mundo, esta línea forma junto con la subestilar y la vertical un triedro, según se muestra en la figura 5. El triángulo esférico que se forma en su base es rectángulo en el vértice de la subestilar. El ángulo ω que la vertical forma con la subestilar se calcula por la fórmula:

$$\sin \omega = \sin hs \times \sin(90^\circ - \varphi)$$

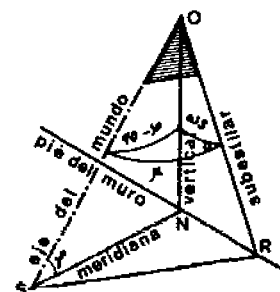
4) Colocación del estilo

Como no hemos necesitado la materialización de la meridiana para calcular las líneas horarias, es muy interesante obtener una forma de colocar el estilo sin apoyarnos en esta meridiana, pero que haga que el estilo coincida automáticamente con el eje del mundo, que está en el plano meridiano.

En el triedro de la figura 5 se observa que es igual construir un estilo que forme el ángulo $90^\circ - \varphi$ con la vertical que otro que forme un ángulo μ con la subestilar. El valor de μ se obtiene de:

$$\operatorname{tg} \mu = \operatorname{tg}(90^\circ - \varphi) \cdot \cos hs$$

por tanto es posible construir una pieza triangular (área rayada en la figura 5) que una vez colocada sobre la subestilar y perpendicular al muro materialice el estilo con su borde O S



5) Cálculo de las líneas horarias

Podemos suponer ahora un reloj cuya estilo tenga una altura μ (ya calculada) y su subestilar corresponda a las 12h y renumerarlas después en su verdadera situación, en la que la línea de las 12 coincide con la vertical.

La línea de la 1h se separará de la subestilar un ángulo correspondiente a $(1-ts) \cdot h$, la de las 2h el correspondiente a $(2-ts) \cdot h$...etc.

En general, el ángulo ω para la hora t vendrá determinado por

$$\operatorname{tg} \omega = \operatorname{tg}(15^\circ \cdot (t-ts)) \cdot \sin \mu \quad (7)$$

Con esta fórmula el cálculo del ángulo ω para la línea de las 12h será igual al de la subestilar ω_s , ya calculado, y puede por lo tanto servir de comprobación.

DETERMINACION PRACTICA DE LA DECLINACION

La medida de la declinación de un muro es una operación enojosa y muy poco precisa. Aún cuando se tenga materializada la línea de la meridiana junto al pie del muro, la medida del ángulo (en el suelo) presenta bastante dificultad si se desea alguna precisión. Y también puede suceder que la base del muro no sea accesible. Con los métodos usuales, excepto si se emplea un teodolito, el error puede ser superior a medio grado.

1) Hora de paso por la meridiana

El instante en el que el Sol pasa por la meridiana, en un lugar y día determinados, se calcula con gran exactitud sumando a las 12 horas de tiempo civil:

- 1º.- El adelanto de la hora oficial, que en la actualidad es de 1 hora en invierno y 2 horas en verano

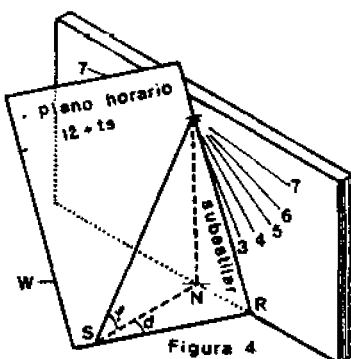


Figura 4

2º.- El tiempo que tarda el Sol en ir desde el meridiano Q al del lugar, a razón de 4^m de tiempo por cada grado de diferencia.

3º - El adelanto o retraso del Sol para ese día del año según la Ecuación del Tiempo, cuya gráfica se adjunta (Figura 6)

Las correcciones 2ª y 3ª pueden ser negativas para longitudes al este del meridiano 0 (Cero) y para determinados días del año.

Ejemplo.

En el Oeste de Madrid, el día 21 de Julio

12 + 2 h. de adelanto, por hora de verano
+ 14.m 50 s por diferencia de meridianos
± 6.m 20 s por la ecuación del tiempo

Total... 14 h 21 m 10 s hora de paso del Sol por la meridiana del lugar. No es necesario precisar más que las decenas de segundos. El trazado del reloj no puede superar esta precisión por varias razones.

2) Hora de paso por la perpendicular al pie del muro

El instante en el que el Sol pasa por un plano perpendicular al pie del muro puede determinarse con facilidad por la sombra producida por un objeto perpendicular al muro, por ejemplo el saliente de un balcón. Cuando el borde de la sombra sea vertical es evidente que estarán en el plano perpendicular al muro tanto el Sol como el borde del saliente del balcón y su sombra.

En este instante ha de anotarse la hora (tiempo civil) de nuestro reloj.

Es importante que el reloj marque la hora con exactitud. Para su puesta en hora se pueden utilizar las señales horarias de las emisoras de radio.

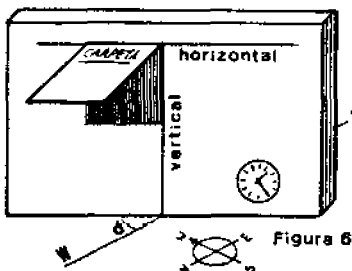


Figura 6

Será preferible tener una sombra de referencia más segura y exacta que el saliente del un balcón. Para ello se puede trazar en el muro una vertical mediante una plomada (puede ser formada por un hilo y una llave) y utilizar una escuadra

(o una carpeta) para marcar una horizontal donde apoyarla.

Manteniendo la escuadra horizontal o algo inclinada hacia el Sol se podrá apreciar con exactitud el instante en el que la sombra del borde de la escuadra coincide con la vertical (Figura 8)

Si la diferencia entre la hora del paso del Sol por la meridiana y la del paso por la perpendicular al muro es negativa, esto significa que la declinación del muro es hacia el Este y por lo tanto la subestilar será una línea inclinada hacia el Oeste, correspondiendo a un tiempo t_s anterior a las 12 horas.

EJEMPLO DE CALCULO DE UN RELOJ VERTICAL

Se desea diseñar un reloj de Sol vertical declinante, para un muro al Oeste, en un lugar de longitud 3° 42' W y latitud 40° 25' N. del que nos comunican que el día 1 de Junio el Sol pasó a las 14 h 27 m 30 s por el plano perpendicular al pie del muro

Hora de paso del Sol, ese día, por la meridiana del lugar

La longitud, 3° 42' W supone un retardo de 14 m. 50 s
- El retardo por la ecuación del tiempo es de -2 m. 20 s
- El paso será a las 12 h. + 2 h. + 14 m. 50 s. - 2 m. 20 s
= 14 h 12 m 30 s

Tiempo de intervalo

- Será la diferencia de 14 h 27 m 30 s - 14 h 12 m 30 s
= 15 m. Como esta es positiva el muro declina al Oeste.

Declinación del Sol, ese día

- Consultando la tabla se obtiene $\delta = 21^\circ 58' = 21,96^\circ$
 $\text{tg } \delta = 0,4037$

Angulo de declinación del muro

$\text{tg } d = \sin (0,25 \times 15^\circ) / (\sin 40^\circ 25' \cdot \cos (0,25 \times 15^\circ) - \cos 40^\circ 25' \times \text{tg } 21^\circ 58' =$
 $= 0,0654 / 0,64834 \times 0,9978 - 0,76135 \times 0,4037 =$
 $= 0,0654 / 0,33956 = 0,1926$ Si se desea conocer el valor del ángulo:

$$d = 10,9^\circ = 10^\circ 54'$$

Hora de la subestilar

La hora de la subestilar se obtiene de la expresión:

$$\text{tg } h_s = \text{tg } d / \sin \varphi = 0,1926 / 0,64834 = 0,297$$

$$h_s = 16,545^\circ = 16^\circ 32' 41''$$

$$t_s = h_s / 15 = 1,103 \text{ h} = 1 \text{ h } 6 \text{ m } 11 \text{ s}$$

Angulo de la subestilar

Conocido h_s se puede calcular ω_s :

$$\sin \omega_s = \sin h_s \times \cos \varphi = 0,28477 \times 0,76135 = 0,2168$$

$$\omega_s = 12,52^\circ = 12^\circ 31'$$

Altura del subestilo

El ángulo μ entre el estilo y la subestilar será:

$$\text{tg } \mu = \text{tg } (90^\circ - 40^\circ 25') \cdot \cos 16,545^\circ = 1,12595$$

$$\mu = 48,39^\circ = 48^\circ 23' 25''$$

Líneas Horarias

- Para las 12 horas (Como comprobación)

$$\text{tg } \omega_0 = \text{tg } 16,545^\circ \cdot \sin 48,39^\circ = 29 \times 0,74768 = 0,222$$

$$\omega_0 = 12,52^\circ$$

Para la 1 hora el ángulo con la subestilar será:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \omega_1 &= \operatorname{tg} (15 \times 1^\circ - 16,545^\circ) \cdot \sin 48,39^\circ = \\ &= \operatorname{tg} (-1,545) \cdot \sin \mu = -0,0201 \\ \omega_1 &= -1,155^\circ = -1^\circ 9' \end{aligned}$$

Nótese como se facilita la colocación del estilo, y como se calculan la restantes líneas horarias sin usar el ángulo de declinación

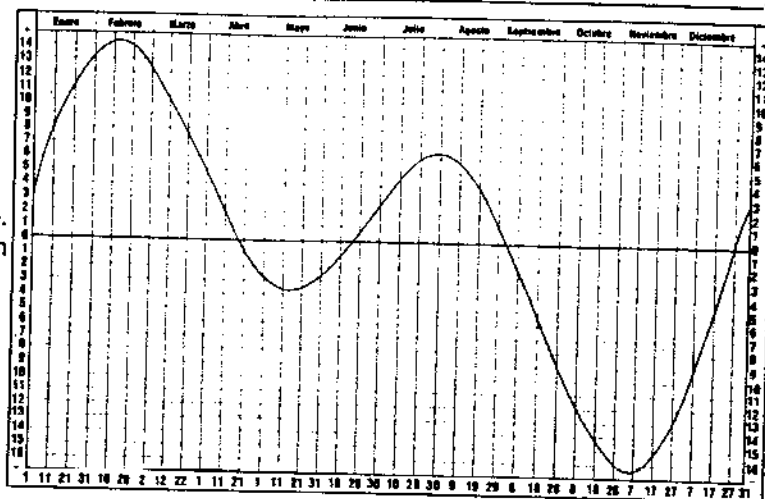


Gráfico representativo del valor y variaciones anuales de la ecuación de tiempo

Junio 1990

JESUS DE LA CALLE

DETERMINACION DE LA DECLINACION DE UN MURO POR EL SOL RASANTE M. LOSOT

Para el trazado de un reloj declinante se presenta el problema de la determinación del ángulo que un muro vertical forma con la meridiana, o lo que es equivalente con la línea Oeste-Este, ángulo llamado en este caso "declinación del muro".

La solución presentada por J. de la Calle, en el artículo precedente, nos parece la más práctica y exacta de cuantas hemos ensayado hasta la fecha.

Pero a veces sucede que el muro en cuestión no es accesible, o su acceso exige andamiajes y medios auxiliares solo justificables en casos excepcionales o para la construcción definitiva del cuadrante solar.

En este caso es posible utilizar el método, menos exacto, que a continuación se propone. Está basado en la determinación del acimut del sol en el instante en que los rayos solares son rasantes con respecto al muro, o sea paralelos al mismo, en lugar de perpendiculares como en el método anterior. Es evidente que este acimut será igual al ángulo que el muro forma con la meridiana.

Observemos el instante en que esto sucede, en tiempo verdadero, para lo cual la hora legal ha de ser corregida en el adelanto de hora, si lo hubiere, ecuación del tiempo y diferencia de longitudes, siguiendo el procedimiento explicado detalladamente en el artículo anterior.

Obtendremos así la hora en que los rayos solares son rasantes al muro, en tiempo solar verdadero o local, que se expresará en grados para su aplicación en la fórmula.

Para estas correcciones y los cálculos posteriores es necesario conocer la fecha, y la latitud y longitud del lugar de observación. También necesitamos tablas o gráficos que nos den la ecuación del tiempo y la declinación solar en la fecha determinada.

Con estos dos datos no hay más que aplicar la conocida fórmula que permite calcular el acimut en función de la latitud, ángulo horario y declinación del Sol:

$$\operatorname{tg} \alpha = \sin t / (\sin \varphi \cdot \cos t - \cos \varphi \cdot \operatorname{tg} \delta)$$

Como el acimut α se mide desde la meridiana y la llamada declinación del muro d desde la línea Oeste-Este será necesario tener en cuenta esta diferencia de 90° .

En la fórmula anterior el significado de los símbolos utilizados, entendiendo por "Declinación" de un muro el ángulo que su traza en el plano horizontal forma con la línea W-E perpendicular a la meridiana, es el siguiente:

- φ Latitud del lugar
- λ Longitud geográfica
- δ Declinación del Sol
- t Hora, en grados
- α Acimut solar
- d "Declinación" del muro

EJEMPLO:

Nos comunica el sacristan de la Ermita de S. Benito de las Contindas que el día del Santo Patrón empieza a dar el Sol en la fachada del pórtico a las $10^h 48,5^m$.

¿Cual será la orientación del muro?

San Benito es el 4 de abril. $\delta = 5,70^\circ$ ET = 3 m. 10 s.

Coordenadas de S. Benito de las Contindas:

Latitud $\varphi = 38,66^\circ N$

Longitud $\lambda = 7,15^\circ W$

Corrección de la Hora civil:

Adelanto por hora oficial - 2 h 00 m 00 s

Corrección por longitud + 0 28 36

Ecuación del tiempo - 0 03 06

La corrección es de - 1 h 34 m 30 s y la hora solar verdadera será $9^h 14^m$ equivalentes a $t = 138,50^\circ$

Para la aplicación de la fórmula, tenemos:

$\sin 138,50^\circ = 0,66262$ $\cos 138,50^\circ = -0,74895$

$\sin 38,66^\circ = 0,62469$ $\cos 38,62^\circ = 0,78086$

$\operatorname{tg} 5,70^\circ = 0,099813$ con lo que se obtiene:

$\operatorname{tg} \alpha = -12140$ y $\alpha = -50,52^\circ$

como α es el acimut y d lo medimos desde la línea W-E $d = 39,48^\circ$ dirección NW.

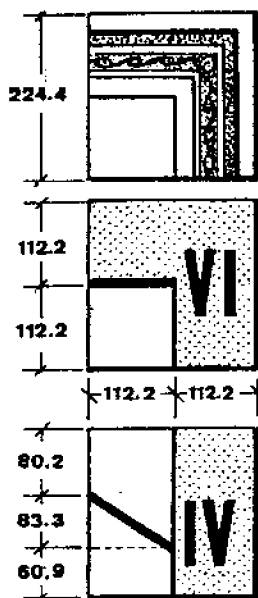
Nuestro presunto asociado MAXIMO MENDAX nos ha remitido una serie de narraciones que terminan con un problema de Gnomónica. Aunque tenemos serias dudas sobre la veracidad de estas narraciones, nos ha parecido conveniente exponerlas a la consideración de nuestros lectores para conocer su opinión

NARRACIONES GNOMONICO-ARQUEO-LOGICAS

por Máximo Mendax

PRIMERA NARRACION. Los Azulejos de Játiva

En un vertedero de escombros cercano a Valencia mi amigo Evert de Ribas, constructor especializado en demoliciones, encontró tres azulejos cuadrados en buen estado de conservación, pero con señales evidentes de haber pertenecido a un edificio destruido por un incendio



Adjunto se reproducen los dibujos de los mismos, acotados en milímetros.

Mi experta mirada reconoció inmediatamente que estos tres azulejos habían formado parte de un gran reloj solar vertical-sur

En pocos minutos pude determinar la latitud del reloj, el lugar para el que fué trazado y, aproximadamente, su fecha de construcción, lo que no es de extrañar dados mis amplios conocimientos y erudición.

¿ Sabrían los lectores de esta verídica historia determinar cual fué la latitud para la que fué construido, y reconstruir el reloj ?

A continuación insertamos una solución al problema anterior. Ha sido remitida por Ernst Prediger, que se titula discipulo suyo. Como todas las soluciones que se publiquen, la sometemos al análisis de nuestros asociados, de los que esperamos sus comentarios

Dice Prediger lo siguiente:

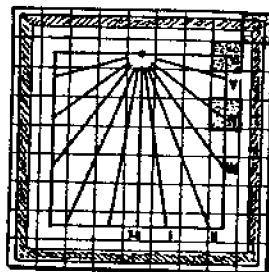
"La solución es muy sencilla. Formemos una cuadrícula rectangular de las dimensiones de los azulejos y coloquemos en ella en el lado superior derecho las tres piezas recuperadas."

"Como la línea horaria de las VI (seis) es horizontal (suponemos provisionalmente que el reloj es vertical), se trata de un reloj no declinante, orientado al Sur."

"La línea de las IV (cuatro) horas forma un ángulo τ con la vertical (línea de las XII horas) cuya tangente es: $\text{tg } \tau = 112,2 / 83,3 = 1,347$

$$\begin{aligned} \text{como } \text{tg } \tau &= \cos \varphi \cdot \text{tg } t & \text{y } t &= 4^h = 60^\circ \\ \cos \varphi &= \text{tg } t / \text{tg } 60^\circ = 1,347 / 1,73205 = 0,77769 \\ \varphi &= 39^\circ \end{aligned}$$

"Esta es la latitud de Xátiva, lo que explica, según Mendax, que los azulejos estuviesen algo "socarrats".



Si en lugar de suponer que el reloj era vertical admitiésemos que fuese horizontal, la latitud que obtendríamos sería el ángulo complementario $\varphi' = 51^\circ$ Sur, que es la latitud de Punta Leon, en la Patagonia, de donde no parece muy verosímil que procedan los azulejos"

"La reconstrucción del conjunto del reloj solar es muy sencilla, como puede verse. Las 81 piezas cerámicas que lo forman debieron estar dispuestas como indica el dibujo, obteniendo un cuadrante de 2 x 2 metros aproximadamente. El reloj debía ser anterior a 1707 "

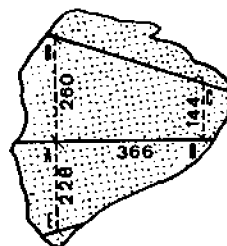
SEGUNDA NARRACION. La piedra de Karl Kugelknopf.

Se refiere esta narración a una controversia sostenida con el Doktor Professor Karl Kugelknopf, en la que demostré que, como siempre, tenía yo razón. Natürlich

En uno de mis numerosos viajes de investigación enológica por Centroeuropa encontré en la antigua ciudad universitaria de Wroklizl un pequeño, pero interesante, museo denominado "Alte Museum für Olimzette Ruinen".

En el patio central se encontraba una losa de piedra, abandonada y sin ninguna inscripción

En su superficie no existían mas que tres líneas rehundidas cuyas dimensiones y disposición anoté cuidadosamente (ver el adjunto, dibujo, acotado en mm)



Con mi habitual perspicacia reconocí a primera vista que se trataba de un fragmento de un reloj horizontal que posiblemente estuvo situado en el centro del patio.

Consulté con Herr Kugelknopf, Kurator del Museo, quien negó con aspereza mis suposiciones. Según sus argumentos la piedra pertenecía a un antiguo indicador de caminos, que señalaba la dirección de la Gerste Platz.

Sin embargo mis cálculos demostraron que, si realmente fuese un reloj horizontal, la latitud deducida de los mismos concordaba exactamente con la de Wroklizl.

¿ Podrían los inteligentes lectores de esta narración hallar la latitud de Wroklizl y reconstruir el reloj ?

(Continuará en el próximo Boletín)

FORMULARIO DE GNOMONICA PLANA
ANTONIO DEVICENTE

INTRODUCCION

Este primer artículo desarrolla el formulario correspondiente a un sistema de cálculo gnomónico plano que ha sido presentado a través de varias entregas a los miembros de la Asociación de Amigos de los Relojes de Sol, desde finales de 1989. En entregas siguientes se presentará una segunda parte, así como el cálculo y las demostraciones de las fórmulas que aquí se publican.

A diferencia de otros sistemas de cálculo, se basa en el empleo de vectores que representan tanto el plano del Reloj como el Stilo, el Rayo solar y el Vector Horario (sombra del Stilo).

Situando estos vectores en un sistema de hasta cinco triedros ortogonales se logra simplificar notablemente el cálculo gnomónico.

Para facilitar el uso de las fórmulas resultantes se ha recurrido al empleo de coeficientes que reducen sensiblemente las operaciones algebraicas.

El formulario que aquí se presenta permite el cálculo de relojes de Stilo fijo, móvil y bifilares, en un plano cualquiera.

ELEMENTOS FUNDAMENTALES DEL CALCULO

Se emplean como elementos fundamentales de este cálculo los siguientes :

1.- Triedros ortogonales para la determinación del espacio

2.- El plano (A), base del reloj, definido por un versor normal al mismo, función de dos parámetros y por las coordenadas geográficas del punto H donde se sitúa

3.- El Stilo, materializado por un versor unidad función de tres parámetros

4.- El Rayo Solar, expresado por un versor que es función de la variable tiempo, de la declinación solar y de los parámetros correspondientes al plano base.

Este vector se define a través de varios "coeficientes trigonométricos de posición".

5.- El Vector Horario (P_0-H), que es el elemento fundamental de este estudio. Está definido por el punto P_0 (proyección de la cabeza del estilo sobre el plano (A)) y el punto H base del stilo. En función de la variable tiempo, de la declinación solar y de los "coeficientes trigonométricos de posición" dicho vector genera un haz de rectas que servirán para medir el ángulo de la hora, al tiempo que su cabeza describe el lugar geométrico del punto P

DEFINICIONES

Los elementos mencionados anteriormente son los que se emplean en el formulario. Su definición se indica a continuación.

1.- TRIEDROS

Para la determinación del espacio en esta aplicación solo se necesita emplear tres triedros de los cinco originales del planteamiento general. Estos triedros se definen del siguiente modo:

1.1.- TRIEDRO (3) Donde se sitúa el plano (A) del reloj. Su origen es un punto geográfico H de coordenadas: latitud ϕ y longitud λ

Sus ejes son:

$X_3 H$ La tangente al paralelo del lugar (versor i)

$Y_3 H$ La tangente al meridiano del lugar (versor j)

$Z_3 H$ La vertical del lugar (versor k)

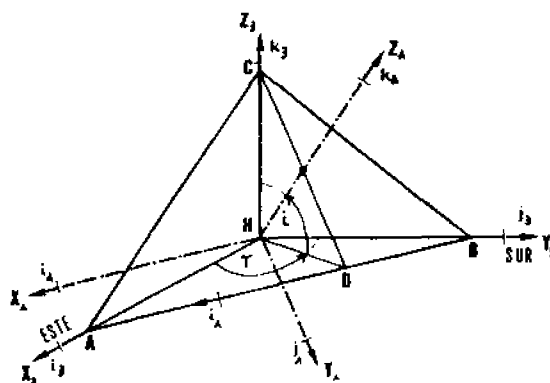
1.2.- TRIEDRO (A) Basado en el plano del Reloj

Sus ejes son:

$X_A H$ Definido por la traza del plano (A) sobre el plano horizontal del punto H (Versor i_A)

$Y_A H$ Normal a los anteriores (versor j_A)

$Z_A H$ Normal al plano (A) (versor k_A)



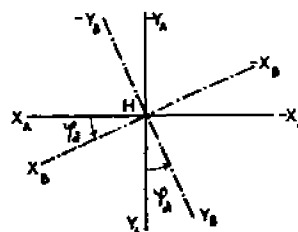
AB Taza del plano (A) con el horizontal del punto H. Versor i

CD Línea de máxima pendiente del plano (A). Versor j

ZH Normal al plano A. Versor k

Los ejes X Y Z H son paralelos a AB, CD, y Z H

1.3.- TRIEDRO (B) Se genera girando el triedro A sobre el eje Z H de modo que el nuevo eje Y H sea el eje de simetría del Vector Horario. Angulo de giro ϕ_a



PASO DEL
TRIEDRO
(A) al (B)
 $\text{tng } \phi_a = -h'/j$

2.- PLANO BASE DEL RELOJ (A)

Definido en el triedro (3) mediante el versor

$$(\vec{A}-\vec{H}) = \vec{i}_3 \cdot \cos i \cdot \cos \gamma + \vec{j}_3 \cdot \cos i \cdot \sin \gamma + \vec{k}_3 \cdot \sin i$$

siendo

"i" el ángulo formado por el versor con el plano horizontal del punto H

"γ" el ángulo formado por la proyección del versor sobre el plano horizontal y el versor $\vec{i}$; como consecuencia el ángulo de declinación del plano (A) valdrá $\theta = \gamma - \pi / 2$

3.- EL STILO

Está materializado por el versor

$$(\vec{P}-\vec{H}) = i \vec{P}_X + j \vec{P}_Y + k \vec{P}_Z \text{ en cualquier triedro}$$

4.- EL RAYO SOLAR

Definido por el versor $(\vec{P}-\vec{S})$ en cualquiera de los triedros. Es función del ángulo horario, de la declinación solar y de los parámetros que definen el plano (A) a través de los coeficientes trigonométricos de posición definidos a continuación:

$$a = -\sin i \cdot \cos \gamma$$

$$b = \cos \varphi \cdot \cos i - \sin \varphi \cdot \sin i \cdot \sin \gamma$$

$$m = \sin \gamma$$

$$n = -\sin \varphi \cdot \cos \gamma$$

$$h = \cos \varphi \cdot \cos \gamma$$

$$j = \cos \varphi \cdot \sin i \cdot \sin \gamma + \sin \varphi \cdot \cos \gamma$$

$$c = -\sin \varphi \cdot \cos i \cdot \sin \gamma - \cos \varphi \cdot \sin i$$

$$d = \cos i \cdot \cos \gamma$$

$$f = -\cos \varphi \cdot \cos i \cdot \sin \gamma + \sin \gamma \cdot \sin i$$

5.- EL VECTOR HORARIO

Es el objetivo básico del cálculo y está definido por el vector $(\vec{P}-\vec{H})$ situado en cualquier triedro. Se trabajará fundamentalmente en el triedro (A) o en el (B). Es función del ángulo horario, declinación solar, Stilo y los parámetros del plano (A) expresados a través de los coeficientes trigonométricos de posición

Las componentes de este vector se definen en el formulario según el triedro adoptado y el stilo elegido; estos serán:

- Triedros: (A) y (B)
- Stilos: Paralelo al eje terrestre o Normal al plano (A)

6.- ANGULO HORARIO

Es el ángulo determinado entre el versor $\vec{i}$ del plano (A) y el Vector Horario. Se expresa mediante la ecuación:

$$\operatorname{tg} \omega = (\text{coef. del versor } j) / (\text{coef. del versor } i)$$

$$\text{donde } T = 15 \cdot (h + 6) \pm (\lambda_H - \lambda_K)$$

h son las horas naturales a partir de la medianoche
 $\lambda_H - \lambda_K$ es la diferencia de longitudes de dos puntos geográficos K y H, según se desee dar la hora del meridiano del punto K o del H.

7.- PERIODO DE ILUMINACION

El horario de iluminación de un plano se puede expresar mediante una función del Angulo Horario, los coeficientes trigonométricos de posición y la latitud del lugar. Se obtiene una función de segundo grado que da los valores T_α y T del orto y del ocaso (para el plano (A))

RESOLUCION DE RELOJES CON STILO FIJO

Para los relojes con:

- I - Stilo paralelo al eje terrestre, en los triedros (A) y (B)
- II - Stilo normal al plano del reloj, en los triedros (A) y (B)

Se resolverán las fórmulas correspondientes a la

- 1 - ECUACION DEL RAYO SOLAR
- 2 - ECUACION DEL STILO
- 3 - ANGULO DEL STILO CON EL PLANO (A)
- 4 - ANGULO DE LA SUBESTILAR CON EL EJE YH
- 5 - COMPONENTES DEL VECTOR HORARIO
- 6 - ANGULO DE LA HORA
- 7 - ECUACION DEL LUGAR GEOMETRICO DEL PUNTO P
- 8 - RECTAS ISOHORARIAS (ITALICAS Y BABILONICAS)
- 9 - ENVOLVENTE DEL HAZ DE RECTAS ISOHORARIAS
- 10 - HORA DE LA SUBESTILAR
- 11 - ECUACION DE LA RECTA EQUINOCCIAL
- 12 - ECUACION DE LA RECTA DEL HORIZONTE
- 13 - PERIODO DE ILUMINACION.

1.- CASO DEL STILO PARALELO AL EJE TERRESTRE

1.1 ECUACION DEL RAYO SOLAR

Triedro (A)

$$\vec{I}_A \cdot (m \cdot \cos \delta \cdot \cos T - n \cdot \cos \delta \cdot \sin T + h \cdot \sin \delta) + \vec{J}_A \cdot (-a \cdot \cos \delta \cdot \cos T + b \cdot \cos \delta \cdot \sin T + j \cdot \sin \delta) + \vec{K}_A \cdot (d \cdot \cos \delta \cdot \cos T + c \cdot \cos \delta \cdot \sin T - f \cdot \sin \delta)$$

Triedro (B)

$$\vec{I}_B \cdot (-c \cdot \cos \delta \cdot \cos T + d \cdot \cos \delta \cdot \sin T) + \vec{J}_B \cdot (d \cdot f \cdot \cos \delta \cdot \cos T + c \cdot f \cdot \cos \delta \cdot \sin T + (h^2 + j^2) \cdot \sin \delta) + \vec{K}_B \cdot (d \cdot \cos \delta \cdot \cos T + c \cdot \cos \delta \cdot \sin T - f \cdot \sin \delta)$$

1.2 ECUACION DEL STILO

Triedro (A)

$$(P-H)_A = -\vec{I}_A \cdot h - \vec{J}_A \cdot j + \vec{K}_A \cdot f$$

Triedro (B)

$$(P-H)_B = -\vec{I}_B \cdot f + \vec{K}_B \cdot f$$

1.3 ANGULO Ψ DEL ESTILO CON EL PLANO (A)

$$\sin \Psi_0 = f$$

1.4 ANGULO ϕ_0 DE LA SUBESTILAR CON EL EJE YH

Triedro (A) $\tan \phi_0 = -h/j$

Triedro (B) $\tan \phi_0 = 0 \quad \phi_0 = 0$

1.5 COMPONENTES DEL VECTOR HORARIO

Triedro (A)

$$(P_0-H)_A = \vec{I}_A \cdot [(a \cdot \sin T + b \cdot \cos T) / (c \cdot \sin T + d \cdot \cos T - f \cdot \tan \delta)] + \vec{J}_A \cdot [(m \cdot \sin T + n \cdot \cos T) / (c \cdot \sin T + d \cdot \cos T - f \cdot \tan \delta)]$$

Triedro (B)

$$(P_0-H)_B = \vec{I}_B \cdot [(f / (h^2 + j^2)) \cdot (-d \cdot \sin T + c \cdot \cos T)] / [(c \cdot \sin T + d \cdot \cos T - f \cdot \tan \phi)] + \vec{J}_B \cdot [(f / (h^2 + j^2)) \cdot (-c \cdot \sin T - d \cdot \cos T)] / [(c \cdot \sin T + d \cdot \cos T - f \cdot \tan \phi)]$$

1.6 ANGULO DE LA HORA

Ejes (A) $\tan \omega = (m \cdot \tan T + n) / (a \cdot \tan T + b)$

Ejes (B) $\tan \omega = (c \cdot \tan T + d) / (f \cdot \tan T - c)$

1.7 ECUACION DEL LUGAR GEOMETRICO DEL PUNTO P_0

Ejes (A)

$$(h^2 - \sin^2 \delta) \cdot x^2 + (j^2 - \sin^2 \delta) \cdot y^2 + 2 \cdot h \cdot j \cdot x \cdot y + 2 \cdot h \cdot \cos^2 \delta \cdot x + 2 \cdot j \cdot \cos^2 \delta \cdot y + \cos^2 \delta = 0$$

Ejes (B)

$$\sin^2 \delta \cdot x^2 + (f^2 - \cos \delta) \cdot y^2 - f(1-f^2) \cdot \cos^2 \delta \cdot y - \cos^2 \delta = 0$$

En ambos casos la cónica es:

si $f < \cos \delta$	Hipérbola
si $f = \cos \delta$	Parábola
si $f > \cos \delta$	Elipse

1.8 RECTAS ISOHORARIAS (ITALICAS Y BABILONICAS)

Ejes (A)

$$(h \cdot \tan \phi - m \cdot \sin 15 \cdot T_1 - n \cdot \cos 15 \cdot T_1) \cdot x + (j \cdot \tan \phi - a \cdot \sin 15 \cdot T_1 + b \cdot \cos 15 \cdot T_1) \cdot y + \tan \phi = 0$$

Ejes (B)

$$(-c \cdot \sin 15 \cdot T_1 - d \cdot \cos 15 \cdot T_1) \cdot x - [(1-f^2) \cdot \tan \phi + f(d \cdot \sin 15 \cdot T_1 + c \cdot \cos 15 \cdot T_1)] \cdot y - f(1-f^2) \cdot \tan \phi = 0$$

Donde T_1 es, en horas, el tiempo que transcurre después del ~~ocaso~~ en el plano (A), con signo (+) o bien el tiempo que falta para el ocaso, con signo (-)

Si T_1 es el tiempo que transcurre después del ocaso, el signo (+) indica el tiempo que falta para el ocaso, con signo (-)

1.9 ENVOLVENTE DEL HAZ DE RECTAS ISOHORARIAS

Ejes (A)

$$(h - \cos^2 \phi) \cdot x^2 + (j^2 - \cos^2 \phi) \cdot y^2 + 2 \cdot h \cdot j \cdot x \cdot y + 2 \cdot h \cdot \sin^2 \phi \cdot x + 2 \cdot j \cdot \sin^2 \phi \cdot y + \sin^2 \phi = 0$$

Ejes (B)

$$\cos^2 \phi \cdot x^2 + (f^2 - \sin^2 \phi) \cdot y^2 - 2 \cdot \sin^2 \phi \cdot (1 - f^2) \cdot y - \sin^2 \phi = 0$$

Nótese que estas cónicas coinciden con las del lugar geométrico del punto P_0 al cambiar δ por $\pi/2 - \phi$ y coinciden si $\delta + \phi = \pi/2$

En ambos casos la cónica es:

si $f < \sin \phi$	Hipérbola
si $f = \sin \phi$	Parábola
si $f > \sin \phi$	Elipse

1.10 HORA DE LA SUBESTILAR

Triedro (A)

$$\tan 15 \cdot (t + 6) = c/d$$

Triedro (B)

$$\tan 15 \cdot (T + 6) = (f \cdot c + d \cdot h) / (f \cdot d - c \cdot h)$$

1.11 ECUACION DE LA RECTA EQUINOCCIAL

Triedro (A): $h \cdot x + j \cdot y + 1 = 0$

Triedro (B): $y = 1 / f(1-f^2)$

1.12 ECUACION DE LA RECTA DEL HORIZONTE

Triedro (A): $y = n/d$

Triedro (B): $y = h \cdot x / (f(1-f^2))$

1.13 PERIODO DE ILUMINACION

Triedro (A): $c \cdot \sin 15 \cdot T_0 - d \cdot \cos 15 \cdot T_0 + f \cdot \tan \delta = 0$

Triedro (B): $c \cdot \sin 15 \cdot T_0 - d \cdot \cos 15 \cdot T_0 + f \cdot \tan \delta = 0$

T_0 es la hora del orto o del ocaso

II. STILO NORMAL AL PLANO DEL RELOJ

II.1 ECUACION DEL RAYO SOLAR

Triedro (A)

$$\vec{i}_A \cdot (m \cdot \cos \delta \cdot \cos T - n \cdot \cos \delta \cdot \sin T + h \cdot \sin \delta) + \\ + \vec{j}_A \cdot (-a \cdot \cos \delta \cdot \cos T + b \cdot \cos \delta \cdot \sin T + j \cdot \sin \delta) + \\ + \vec{k}_A \cdot (d \cdot \cos \delta \cdot \cos T + c \cdot \cos \delta \cdot \sin T - f \cdot \sin \delta)$$

Triedro (B)

$$\vec{i}_B \cdot (-c \cdot \cos \delta \cdot \cos T + d \cdot \cos \delta \cdot \sin T) + \\ + \vec{j}_B \cdot (d \cdot f \cdot \cos \delta \cdot \cos T + c \cdot f \cdot \cos \delta \cdot \sin T + (h^2 + j^2) \cdot \sin \delta) + \\ + \vec{k}_B \cdot (d \cdot \cos \delta \cdot \cos T + c \cdot \cos \delta \cdot \sin T - f \cdot \sin \delta)$$

II.2 VERSOR DEL STILO

$$(\vec{P} \cdot \vec{H}) = \vec{k}_A = \vec{k}_B$$

versor del eje Z H o Z H

II.3 ANGULO DEL STILO CON EL PLANO (A)

$$\Psi_0 = \pi/2$$

II.4 ANGULO DE LA SUBESTILAR CON EL EJE Y H

No existe la subestilar como línea

II.5 COMPONENTES DEL VECTOR HORARIO

Ejes (A)

$$(\vec{P} \cdot \vec{H})_A = \vec{i}_A \cdot [n \cdot \sin T - m \cdot \cos T + h \cdot \tan \delta] /$$

$$/[c \cdot \sin T + d \cdot \cos T - f \cdot \tan \delta] + \\ + \vec{j}_A \cdot [-b \cdot \sin T + a \cdot \cos T - j \cdot \tan \delta] / \\ [c \cdot \sin T + d \cdot \cos T - f \cdot \tan \delta]$$

Ejes (B)

$$(\vec{P} \cdot \vec{H})_B = \vec{i}_B \cdot [(1 / (1 - f^2)) \cdot (-d \cdot \sin T + c \cdot \cos T) / \\ / [c \cdot \sin T + d \cdot \cos T - f \cdot \tan \delta] + \\ + \vec{j}_B \cdot [1 / (1 - f^2)) \cdot (-f \cdot c \cdot \sin T - f \cdot d \cdot \cos T - (h^2 + j^2) \tan \delta) / \\ / [c \cdot \sin T + d \cdot \cos T - f \cdot \tan \delta]$$

II.6 ANGULO DE LA HORA

Ejes (A)

$$\tan \omega = [-b \cdot \sin T + a \cdot \cos T - j \cdot \tan \delta] / \\ / [n \cdot \sin T - m \cdot \cos T - j \cdot \tan \delta]$$

Ejes (B)

$$\tan \omega = [f \cdot c \cdot \sin T + f \cdot d \cdot \cos T + (h^2 + j^2) \tan \delta] / \\ / [d \cdot \sin T - c \cdot \cos T]$$

II.7 ECUACION DEL LUGAR GEOMETRICO DEL PUNTO P

Ejes (A)

$$(h^2 - \sin^2 \delta) \cdot x^2 + (j^2 - \sin^2 \delta) \cdot y^2 + 2h \cdot j \cdot x \cdot y + \\ + 2f \cdot h \cdot x + 2f \cdot j \cdot y - \sin^2 \delta = 0$$

Ejes (B)

$$\sin^2 \delta \cdot x^2 + (f^2 - \cos^2 \delta) \cdot y^2 - 2 \cdot f \cdot (1 - f^2) \cdot f \cdot y - \\ - f^2 + \sin^2 \delta = 0$$

II.8 RECTAS ISOHORARIAS (ITALICAS Y BABILONICAS)

Ejes (A)

$$[(h \cdot \tan \phi - m \cdot \sin 15 \cdot T - h \cdot \cos 15 \cdot T) \cdot x + \\ + [(j \cdot \tan \phi - a \cdot \sin 15 \cdot T + b \cdot \cos 15 \cdot T) \cdot y + \\ + [(f \cdot \tan \phi - d \cdot \sin 15 \cdot T - c \cdot \cos 15 \cdot T) \cdot z] = 0$$

Ejes (B)

$$[-c \cdot \sin 15 \cdot T - d \cdot \cos 15 \cdot T) \cdot x - \\ - [(1 - f^2) \cdot \tan \phi + f \cdot (d \cdot \sin 15 \cdot T + c \cdot \cos 15 \cdot T) \cdot y + \\ + [(1 - f^2) \cdot (f \cdot \tan \phi - d \cdot \sin 15 \cdot T - c \cdot \cos 15 \cdot T) \cdot z] = 0$$

II.9 ENVOLVENTE DEL HAZ DE RECTAS ISOHORARIAS

Ejes (A)

$$(h^2 - \cos^2 \phi) \cdot x^2 + (j^2 - \cos^2 \phi) \cdot y^2 + 2h \cdot j \cdot x \cdot y + \\ + 2f \cdot h \cdot x + 2f \cdot j \cdot y + f^2 - \cos^2 \phi = 0$$

Ejes (B)

$$\cos^2 \phi \cdot x^2 + (f^2 - \sin^2 \phi) \cdot y^2 - \\ - 2 \cdot f \cdot (1 - f^2) \cdot y + f^2 - \cos^2 \phi = 0$$

En ambos caso la cónica es:

Si $f < \sin \phi$	Hipérbola
Si $f = \sin \phi$	Parábola
Si $f > \sin \phi$	Elipse

II.10 HORA DE LA SUBESTILAR

No existe subestilar

II.11 ECUACION DE LA RECTA EQUINOCCIAL

Triedro (A) $h \cdot x + j \cdot y + f = 0$

Triedro (B) $y = -f / \sqrt{1 - f^2}$

II.13 ECUACION DE LA RECTA DEL HORIZONTE

Triedro (A) $y = a / d$

Triedro (B) $h \cdot x - j \cdot y + a \cdot f(1 - f^2) / d = 0$

II.3 PERIODO DE ILUMINACION

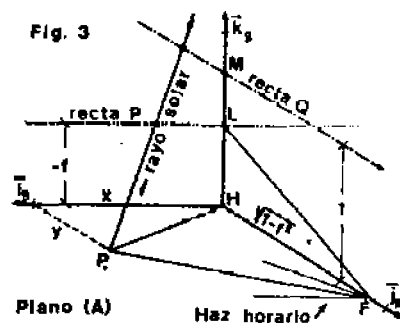
Triedro (A) y Triedro (B)

$$c \cdot \sin 15 \cdot T_0 + d \cdot \cos 15 \cdot T_0 - f \cdot \tan \delta = 0$$

T_0 es la hora del orto o del ocaso

RESOLUCION DE LOS RELOJES BIFILARES

En los relojes bifilares la cabeza del vector horario viene definida por la intersección de dos rectas normales entre si y paralelas al plano del reloj



Resuelto en el triedro (B), con el reloj situado sobre el plano (A) las ecuaciones de estas rectas P y Q son

P	Q
$y = 0$	$x = 0$
$z = f$	$z = 1$

El rayo solar que se apoya en ambas forma al cortar el plano (A), el vector horario:

$$\begin{aligned} (\vec{P}_0 - \vec{H})_{\vec{B}} &= \vec{i}_B \cdot (1 / \sqrt{(h^2 + j^2)} \cdot (-d \sin T + c \cos T) / \\ &\quad / (c \sin T + d \cos T \pm f \cdot \text{tg } \delta)) + \\ &+ \vec{j}_B \cdot (1 / \sqrt{(h^2 + j^2)} \cdot (c \cdot f \cdot \sin T + d \cdot f \cdot \cos T \pm (h^2 + f^2) \cdot \text{tg } \delta) / \\ &\quad / (c \cdot \sin T + d \cdot \cos T \pm f \cdot \text{tg } \delta)) \end{aligned}$$

La recta que pasa por F y forma el haz que marca las horas al variar (P - H) en función de T, tiene por fórmula:

$$y = \text{tg}(T + \omega) \cdot x + \sqrt{1 - f^2}$$

donde $\text{tg } \omega = d / c$ (ver FIG 3)

1.- ECUACION DE LAS LINEAS ISOHORARIAS

$$\begin{aligned} &f \cdot (c \cdot \sin 15 \cdot T_0 - d \cdot \cos 15 \cdot T_0) \cdot x + \\ &+ ((c^2 + d^2) \cdot \text{tg}^2 \varphi + f \cdot (d \cdot \sin 15 \cdot T_0 + c \cdot \cos 15 \cdot T_0)) \cdot y - \\ &- f(c^2 + d^2) \cdot [f \cdot \text{tg } \varphi \cdot d \cdot \sin 15 \cdot T_0 - c \cdot \cos 15 \cdot T_0] = 0 \end{aligned}$$

Siendo φ la latitud del punto geométrico H

2. ENVOLVENTE DE LAS ISOHORARIAS, ITALICAS Y BABILONICAS

$$\begin{aligned} &f^2 \cdot x^2 + (1 - ((c^2 + d^2) / f^2) \cdot \text{tg}^2 \varphi) \cdot y^2 - \\ &- 2 \cdot f \cdot \sqrt{(c^2 + d^2)} \cdot (1 + \text{tg}^2 \varphi) \cdot y - \\ &+ f^2 \cdot (c^2 + d^2 - f^2 \cdot \text{tg}^2 \varphi) = 0 \end{aligned}$$

RESOLUCION DE RELOJES CON STILO MOVIL

Se estudia la resolución en el triedro (B) del reloj Analemático constilo cualquiera y como caso particular con stilo normal al plano del reloj.

I STILO CUALQUIERA

I.1 ECUACION DE LA ELIPSE BASE

En coordenadas paramétricas

$$x = k \cdot P_z \cdot (-d \sin T + c \cos T) /$$

$$/ ((h^2 + j^2) \cdot P_z \pm f \cdot \sqrt{(h^2 + j^2)} \cdot P_y)$$

$$y = k \cdot ((h^2 + j^2) \cdot P_y - f \cdot P_z) \cdot (c \cdot \sin T + d \cdot \cos T) /$$

$$/ ((h^2 + j^2) \cdot P_z \pm f \cdot \sqrt{(h^2 + j^2)} \cdot P_y)$$

I.2 ECUACION DE LA ELIPSE BASE

$$\begin{aligned} &((f \cdot P_z - \sqrt{(h^2 + j^2)} \cdot P_y) \cdot x^2 + (P_z^2 + P_y^2) \cdot y^2 = \\ &= k^2 \cdot P_z^2 \cdot (f^2 \cdot (h^2 + j^2) \cdot P_y - f \cdot P_z)^2 / \\ &/ (f^2 \cdot (h^2 + j^2) \cdot P_z + f \cdot P_x) \end{aligned}$$

I.3 ANGULO DE LA HORA

$$\begin{aligned} \text{Tg } \omega &= (-f \cdot P_z + f \cdot (h^2 + j^2) \cdot P_y) \cdot (c \cdot \text{tg } T + d) / \\ &/ P_z \cdot (c - d \cdot \text{tg } T) \end{aligned}$$

El versor del stilo vale $(\vec{P} - \vec{H})_{\vec{B}} = \vec{i}_B \cdot P_y + \vec{j}_B \cdot P_z$

Nota: En el caso de versor paralelo al eje terrestre no existe este reloj; por ser $x=y=0$

II, SI EL STILO ES PERPENDICULAR AL PLANO (A)

$$P_y = 0 \quad \quad \quad P_z = 1$$

II.1- ECUACION DE LA ELIPSE BASE DE LAS HORAS

En coordenadas paramétricas

$$x_a = K / (h^2 + j^2) \cdot (-d \sin T + c \cos T)$$

$$y_a = -K \cdot f / (h^2 + j^2) \cdot (c \cdot \sin T + d \cdot \cos T)$$

siendo K la constante del reloj:

$$K = -2.3053 \cdot y_{\max}$$

$y_{\max}$ = semilongitud del segmento donde se mueve la base del stilo

II.2- ECUACION DE LA ELIPSE BASE

$$x^2 / K^2 + y^2 / (K \cdot f)^2 = h^2 + j^2$$

II.3 ANGULO DE LA HORA

Viene dado por la expresión

$$\text{tg } \omega = f \cdot (c \cdot \text{tg } T + d) / (d \cdot \text{tg } T - c)$$

Abril 1991

ANTONIO DE VICENTE

En el "Formulario" precedente se resumen los cálculos desarrollados por A. de Vicente, basados en un sistema muy original, ya que se obtienen por la transición de una serie de triedros ortogonales, a los cuales se refieren sucesivamente los elementos definitorios de las características del emplazamiento del reloj (longitud, latitud), de la disposición del gnomon (estilo inclinado, gnomon perpendicular, bifilar) y finalmente de otro triedro al que se refieren los movimientos aparentes del Sol. El cálculo vectorial permite una notable sistematización, evidenciada por la simetría matemática de las formulas presentadas. EN

LITERATURA Y GNOMONICA
PEDRO DANTILLO

Nuestro socio correspondiente P. Dantillo inicia esta seccion, en la que expondrá fragmentos de textos literarios en los que aparezcan referencias a relojes solares, con una poesia de un clásico español del siglo XVI al XVII y un párrafo de una comedia de un autor Inglés, también clásico y de los mismos siglos. Invitamos a nuestros lectores a identificar estos textos y sus autores

EL RELOJ DE SOL

¿ Ves Floro que prestando la Arismetria
números a la docta Geometria
los pasos de la luz le cuenta al día ?
¿ Ves por aquella línea bien fijada
a su meridiano y a su altura
del Sol la velocísima hermosura
con certeza espiada ?

Agradeces curioso
el saber cuanto vives
y la luz y las horas que recibes:
empero si olvidares, estudioso
con pensamiento ocioso
el saber cuanto mueres
ingrato a tu vivir y morir eres
pues tu vida, si atiendes su dotrina
camina al paso que su luz camina

No cuentes por sus líneas solamente
las horas, mas lógrelas tu mente
pues en él recordada
ves tu muerte en tu vida retratada
cuando tú, que eres sombra
pues la Santa Verdad así te nombra,
como la sombra suya, peregrino
desde un número en otro, tu camino
corres, y pasajero
te aguarda sombra, el número postrero

Act II. scene 7

"And then he drew a dial from his poke
And looking on it with lack-lustre eye,
Says very wisley 'It is ten o'clock'...."

La traducción, de Astrana Marin, dice así:

"... Entonces extrajo de su bolsillo un reloj
de sol y mirándolo con ojos turbios, exclamó
muy cuerdamente ' Son las diez ', y añadió:
de ahí podemos deducir...." etc.

NOTA SOBRE NOMENCLATURA
Y NORMALIZACION

Uno de los inconvenientes, y no el menor, que se presentan para la lectura e interpretación de los escritos que tratan de cuestiones gnomónicas, es la profusión de notaciones, designaciones, presentación gráfica y nomenclatura utilizadas por los diferentes autores.

Y estas diferencias no se encuentran únicamente comparando los antiguos tratados de Gnomónica con los textos actuales. Tenemos presentes varios libros modernos en los que no coincide ninguno de los símbolos correspondientes a los ángulos horarios, designación del tiempo, ni, tampoco las magnitudes angulares y lineales que intervienen en las definiciones, cálculos y fórmulas resultantes de los mismos. Y en relación con los gráficos, diagramas, figuras y croquis, su presentación, determinación de ejes y sentidos de giro, definición de planos e incluso vocabulario es aún más dispar.

Cierto es que ocurre lo mismo en otras disciplinas, donde no se ha llegado a una normalización satisfactoria. Pero la Gnomónica es una ciencia, hija ilustre pero abandonada, de la Astronomía y hoy día patrimonio casi exclusivo de "aficionados", en el mejor sentido casi religioso de esta palabra, cuyos oficiantes contribuyen desinteresadamente con sus conocimientos y tiempo al desarrollo de la misma. Necesitan por consiguiente un lenguaje simbólico común para sus escritos sagrados y sus reuniones y misterios celebrados a la mayor gloria del Sol.

Un ejemplo evidente de esto lo constituye este mismo Boletín: En ninguno de los artículos presentados se utilizan las mismas letras para designar elementos equivalentes, los sentidos y triédros positivos son diferentes, e incluso las denominaciones del mismo reloj solar, cuadrante, estilo, gnomon... etc. no tienen un significado uniforme. No hay duda de que la lectura sucesiva y rápida de estos escritos, mezclada con la nomenclatura del tratado de Gnomónica preferido del lector, ha de producir una sensación abrumadora de ahogo, por lo menos subconsciente.

Tenemos conocimiento de que la Asociación ha formado una comisión de trabajo que se ocupa de este problema, proponiendo recomendaciones y normas de aplicación discrecional, evidentemente voluntaria. Mas también tenemos el convencimiento de las dificultades existentes para crear una normativa satisfactoria y, lo que es aún más difícil, aceptable para todos.

INSTAMOS (VIVAMENTE) A TODOS LOS LECTORES PARA QUE COLABOREN CON ESTA COMISION Y NOS ENVIEN SU OPINION, SUGERENCIAS, ESCRITOS Y PROPUESTAS SOBRE NORMALIZACION EQUIVALENCIAS Y TERMINOLOGIA

RESUMEN DE LOS ARTICULOS PUBLICADOS EN ESTE BOLETIN

NOTA: LOS ARTICULOS CUYO AUTOR NO SEA CONOCIDO O
FIRMADOS CON SEUDONIMO SE SEÑALAN CON EL SIGNO (?)

Página

3/5

Los relojes de Sol en el camino real de Vitoria a Burgos en el siglo XVIII

AGUSTIN MERINO

Tras citar los antecedentes de los relojes solares en la Antigüedad, los relojes instalados en los hitos o mojones "legoeiros" en el camino de Vigo a Santiago, y en Rusia en el camino de Moscú a Petrograd el autor expone en este artículo los relojes que se construyeron en el camino real de Vitoria a Burgos según proyecto y bajo la dirección del ilustre Ingeniero y Arquitecto Manuel de Echánove, en las postrimerías del siglo XVIII

Presenta una reseña muy completa de los planos y títulos del Proyecto. Está firmado en en 1792, "para cumplimiento de las Reales Ordenes de Junio de 1787 y Julio de 1798". El camino se extiende desde la ciudad de Vitoria a la de Burgos y en él se construyeron, entre otros monumentos, dos relojes solares y una mesa orientadora o "Brújula" que dió su nombre al puerto conocido desde entonces como "Puerto de la Brújula". Estudia sus vicisitudes, cambios de emplazamiento y estado actual. Se incluyen tres dibujos que muestran la disposición de los mismos, tomados directamente de los planos del Proyecto. Termina expresando el deseo de que los organismos competentes se encarguen de la reconstrucción y mantenimiento de estos monumentos.

6/6 Determinación de la tangente de un ángulo sin recurrir a tablas trigonométricas.

M. LOSOT (?)

El subtítulo de este artículo es APLICACION AL TRAZADO DE UN RELOJ HORIZONTAL. Expone una fórmula muy sencilla para la determinación de la tangente de la latitud y, basándose en la misma y en los conocidos valores de las tangentes de 15 y 30 grados muestra el trazado de un cuadrante horizontal para la latitud de 42°, utilizando únicamente una regla graduada

7/10 Construcción de un reloj solar que indica el tiempo sidéreo

H. MICHNIK

Se presenta la traducción de "Konstruktion einer siderischer Sonnenuhr" artículo originariamente publicado en "Astronomischer Nachrichten" en 1924. Trata de la construcción de un reloj solar horizontal que permite conocer en todo momento la hora sidérea. Se basa en la proyección gnomónica sobre un plano horizontal y desde el centro de la esfera celeste, de la eclíptica en sus diversas posiciones horarias determinadas por el transcurso del tiempo sidéreo. Como la eclíptica es un círculo máximo su proyección es una línea recta (recta horaria sidérea), puesta de manifiesto por la posición del Sol. Estas rectas horarias son tangentes a las hipérbolas sosticiales. Michnik explica el modo de situarlas, gráficamente o por medio del cálculo, y presenta el dibujo de un reloj sidéreo para la latitud de 50° N

11/11 Semicírculo graduado para el trazado instantáneo de un reloj de sol horizontal

MANUEL LOMBARDEO

El semicírculo que se reproduce en la página 11 de este Boletín permite el trazado instantáneo de un reloj horizontal, para cualquier latitud, utilizando las divisiones trazadas en una de las diagonales del rectángulo formado por: la línea de las XII horas, la de las VI horas y sus paralelas, siendo la otra diagonal la línea horaria de las III o de las IX horas. Se justifica su construcción con unas sencillas consideraciones geométricas.

12/15 Medida de la declinación de un muro y cálculo del reloj declinante.

JESUS DE LA CALLE

La determinación exacta de la declinación de un muro, aparentemente muy sencilla, presenta algunas dificultades de orden práctico que disminuyen considerablemente la precisión de los resultados. En este artículo se explica un método bastante exacto, cuyo fundamento consiste en la determinación de la hora solar en la que los rayos del Sol incidan perpendicularmente sobre el muro. La aplicación de las conocidas fórmulas que determinan el azimut del Sol en función de la latitud, hora y declinación solar permiten resolver el problema satisfactoriamente. Se presenta un ejemplo de cálculo, totalmente desarrollado.

16/16

Narraciones Gnomónico-Arqueo-Lógicas

MAXIMO MENDAX (?)

Bajo este epígrafe son planteados algunos problemas de gnomónica que, generalmente, consisten en la reconstrucción de un reloj solar a partir de algunos restos del mismo. La presentación del problema incluye una narración fantástica o inverosímil, escrita en primera persona por M. Mendax. La solución se da en el Boletín siguiente al de publicación del problema. En este primer número se insertan dos narraciones denominadas "Los azulejos de Játiva" y "La piedra de Karl Kugelknopf"

17/21

Formulario de Gnomónica Plana

ANTONIO DE VICENTE

Se presenta en este artículo una extensa recopilación sistemática de las fórmulas matemáticas que permiten el trazado de un reloj solar plano en el caso más general, sobre un plano cualquiera y con un "stilo" también arbitrario. Como casos particulares se considera que el stilo sea paralelo al eje del mundo o el gnomon perpendicular al plano. Incluye también las fórmulas que permiten el trazado de las horas itálicas o babilónicas e incluso las del reloj bifilar en cualquier plano. Para su deducción (no incluida) utiliza el cálculo vectorial y un sistema de triedros referenciales cuyas ecuaciones de enlace permiten la obtención de dichas fórmulas.

22/A

Literatura y Gnomónica

PEDRO DANTILLO (?)

En esta sección se reproducen fragmentos de textos literarios en los que se hace referencia a los relojes solares o temas con ellos relacionados. Se inaugura con una poesía de un autor español del Siglo de Oro y un fragmento de una comedia de un autor inglés de la misma época. Sus títulos y nombres de los autores son aplazados hasta el próximo Boletín, donde se comentan estos textos.

22/B

Sobre nomenclatura y normalización

REDACCION

En esta Nota se llama la atención sobre los inconvenientes que representan, para su lectura e interpretación, la profusión de símbolos utilizados para designar las magnitudes o valores de cálculo. Asimismo la falta de uniformidad en la terminología, con significados no concordantes de términos análogos e incluso el desacuerdo sobre presentación gráfica de las figuras, hacen penosa la lectura sucesiva de los artículos de este Boletín. Se pide la colaboración de los asociados para llevar a cabo un principio de normalización de símbolos, terminología y representación gráfica.

LA ASOCIACION DE AMIGOS DE LOS RELOJES DE SOL NO SE
HACE RESPONSABLE DEL CONTENIDO DE LOS ARTICULOS
PUBLICADOS EN EL PRESENTE BOLETIN. SU REPRODUCCION
ESTA PERMITIDA CITANDO SU PROCEDENCIA, EXCEPTO EN LOS
CASOS EN LOS QUE SE MENCIONE LA EXISTENCIA DE DERECHOS
DE AUTOR O CUALQUIER OTRO IMPEDIMENTO LEGAL, DE
ACUERDO CON LA LEGISLACION Y ACUERDOS INTERNACIONALES

PARA ASUNTOS RELACIONADOS CON LAS PUBLICACIONES DE ESTA ASOCIACION, INCLUSO ESTE BOLETIN, PUEDE DIRIGIRSE LA
CORRESPONDENCIA AL DOMICILIO SOCIAL O BIEN A LOS SIGUIENTES ASOCIADOS QUE FORMAN PARTE DEL COMITE DE PUBLICACIONES

BIBLIOGRAFIA.....	JESUS DE LA CALLE	PASEO YESERIAS 11	28005-MADRID
PRESIDENCIA.....	LUIS HIDALGO	Pz. PABLO GARNICA 1A	28030-MADRID
PUBLICACIONES.....	MANUEL LOMBARDERO	ISAAC PERAL 48	28040-MADRID
TESORERIA.....	JAIME VELILLA	STA. FELICIANA 14	28010-MADRID

ABSTRACTS

Los relojes solares en el camino real de Vitoria a Burgos en el siglo XVIII. (Sundials in the highroad from Vitoria to Burgos in the 18th century). by A. Merino
After quoting some texts about sundials placed along the roads from Vigo to Santiago, in Spain and from Moscow to Pretograd in Russia, the author tells of two sundials erected in the road from Vitoria to Burgos, by the Architect Manuel de Echánove, one of the early Civil Engineers in Spain, who in 1792 was appointed as Royal Commissioner for the construction of this "Camino real". On this road he set two vertical sundials and a "Brújula" or stone orientating-board, who eventually gave his name to the "Puerto de la Brújula" a mountain pass in this road. Three drawings of the sundials are shown, and a request is made in order to reset and restore those historic monuments

Determinación de la tangente de un ángulo sin recurrir a tablas trigonométricas (How to find tang. of an angle without trigonometrical tables) by M. Losot (?)
The article subtitle is "Application to a horizontal Sundial". It exposes a very simple formula which can be used to calculate the tang. of the latitude, and so doing design a horizontal dial with the only help of a graduated ruler. (The author says that his system is suited for "do-it-yourself" addicts !)

Construcción de un reloj solar que muestra el tiempo sidéreo. (Construction of a sundial that show sidereal time (From "Astronomische Nachrichten", H. Michnik)
A Spanish translation of the very interesting "Konstruktion eines siderischer Sonnenuhr" written by H. Michnik in 1924. It deals with the design and use of a horizontal sundial who shows the sidereal time, not solar time. Sidereal hours are determined by the position of the ecliptic on the celestial sphere who is identified by the Sun, always lying in the ecliptic line (Actually the Sun position is shown by the gnomon shadow, as usual). All the sidereal hour-lines are tangents to the conics who represent the sosticial-circles in the dial. A 50° lat. sundial is presented, and extension is made to the babylonian and italyc hours, applying the same system to the 'horizont-circle

Semicirculo graduado para el trazado instantáneo de un reloj solar horizontal (Graduated protractor for a quick design of horizontal sundials) by M. Lombardero
In the 11th. Page of this Bulletin a graduated semicircle is shown. It enables a very rapid and exact design of horizontal sundials for every latitude. The semicircle setting is explained, only a simple construction based on geometric affinity has to be used.

Medida de la declinación de un muro y cálculo del reloj declinante. (How to determine a wall "declination" and calculate the declining dial.) by J. de la Calle
The so called easy determination of a wall "declination" is not so easy after all, if some precision is needed. Usual methods do not allow a precision over a degree (1°) because practical difficulties arisen in angles measurement. A method based upon fixing the time in which solar rays fall perpendicular to the wall is proposed. Well known formulae of Sun azimuth are used to calculate and resolve this problem, and one application exemple is fully developed.

Narraciones Gnomónico-Arqueo-Lógicas. (Gnomic-Arcaeological stories). M.(?)
Under this epigraph we find some Gnomonic Problems. They are set up on a fictitious or unlikely story reported by M. Mendax. In most cases Problems deal with reconstruction of a sun dial starting from scarce arcaeological remains. Don't worry, solutions will be given in the next Bulletin

Formulario de Gnomónica Plana. (Gnomic Formulaire). by A. de Vicente
A systematic compilation of mathematical formulae is presented in this article. The general case, is explained: the dial plane in every possible position and a "stilus" either parallel to the Earth axis or perpendicular to the plane, is taken account. Also there are equations who could be used to calculate italics and babylonics hours and the drawing of a bifilar dial. Vectorial calculus is used. (Not less...)

Literatura y gnomónica. (Gnomonics and literature) by P. Dantillo (?)
Some fragments of literary texts are inserted in this section. In those writings reference is made either of sundials or items related to them. It begins with a Poem by a spanish Poet of the 16/17th century and a little fragment of a Comedy by a first-rate english Playwriter of the same period. Titles and names are to be guessed by readers, but a commentary will be made in next Bulletin

Sobre nomenclatura y normalización. (About standards and nomenclature) Editor
In this Note the Editor insist on a much debated problem. Too great variety of symbols, lack of uniformity of terms and crazy graphics can upset many, if not all readers of gnomonic papers. A clear and loud call is made: all readers must join and undertake the Herculean task of reaching some agreement in nomenclature, symbols and graphic standards. (Or headache should overrun us...)

FORMULARIO DE GNOMONICA PLANA

FE DE ERRATAS

PAG LIN.	DICE	DEBE DECIR
17 47	$y = (h^2 + j^2) \cdot \dots$	$y = (h^2 + j^2) \cdot \dots$
18 24	$h = \cos \varphi \cdot \cos \gamma$	$h = -\cos \varphi \cdot \cos \gamma$
18 25	$j = \cos \varphi \cdot \sin i \cdot \sin \gamma + \sin \varphi \cdot \cos \gamma$	$j = \cos \varphi \cdot \sin i \cdot \sin \gamma - \sin \varphi \cdot \cos i$
18 26	$f = -\cos \varphi \cdot \cos i \cdot \sin \gamma + \sin \gamma \cdot \sin i$	$t = -\cos \varphi \cdot \cos i \cdot \sin \gamma + \sin \varphi \cdot \sin i$
19 28	$= t_B [(f/\sqrt{(h^2+j^2)})(-d \sin T + c \cos T)] /$	$= t_B [(f/\sqrt{(h^2+j^2)})(-d \sin T + c \cos T)] /$
19 30	$+ j_B [(f/\sqrt{(h^2+j^2)})(-c \sin T - d \cos T)] /$	$+ j_B [(f/\sqrt{(h^2+j^2)})(-c \sin T - d \cos T)] /$
19 34	$\lg \omega = (c \lg T + d) / (d \lg T - c)$	$\lg \omega = (c \lg T + d) / f \cdot (d \lg T - c)$
19 47	$(h \lg \varphi - m \sin 15 T_1 - n \cos 15 T_1) \cdot x +$	$(h \lg \varphi + m \sin 15 T_1 - n \cos 15 T_1) \cdot x +$
19 50	$(-c \sin 15 T_1 - d \cos 15 T_1) \cdot x - [(1-f^2) \lg \varphi$	$(c \sin 15 T_1 - d \cos 15 T_1) \cdot x - [(1-f^2) \lg \varphi$
19 49	$- 2 \sin^2 \varphi \cdot (1-f^2) \cdot y - \sin^2 \varphi = 0$	$- 2 \sin^2 \varphi \cdot \sqrt{(1-f^2)} \cdot y - \sin^2 \varphi = 0$
20 20	$(P-H)_A = i_A \cdot [n \sin T - m \cos T + h \lg \delta] /$	$(P-H)_A = i_A \cdot [n \sin T - m \cos T - h \lg \delta] /$
20 40	$[-c \sin 15 T - d \cos 15 T] \cdot x -$	$(c \sin 15 T - d \cos 15 T) \cdot x -$
20 57	$\cos^2 \varphi \cdot x^2 + (f^2 - \sin^2 \varphi) \cdot y^2 -$	$\cos^2 \varphi \cdot x^2 + (f^2 - \sin^2 \varphi) \cdot y^2 -$
20 50	$- 2 f \cdot \sqrt{(1-f^2)} \cdot y + f^2 - \cos^2 \varphi = 0$	$- 2 f \cdot \sqrt{(1-f^2)} \cdot y - f^2 + \cos^2 \varphi = 0$
21 28	$\dots + c \cos 15 T_0] = 0$	$\dots + c \cos 15 T_0] = 0$
21 44	$y = k \cdot (h^2 + j^2) \cdot P_y - f \cdot P_z) \dots$	$y = k \cdot y = k \cdot \sqrt{(h^2 + j^2)} \cdot P_y - f \cdot P_z) \dots$
21 47	$f \cdot P_z \cdot \sqrt{(h^2 + j^2)} \cdot P_y \cdot x^2 + (P_z^2 + P_y^2) \cdot y^2 =$	$f \cdot P_z \cdot \sqrt{(h^2 + j^2)} \cdot P_y \cdot x^2 + (P_z^2 + P_y^2) \cdot y^2 =$

ROGAMOS A NUESTROS LECTORES DISCULPEN LAS ERRATAS APARECIDAS EN ESTE " FORMULARIO " Y NOS COMUNIQUEN CUALQUIER OTRA QUE PUDIESEN ENCONTRAR, PARA SU CORRECCION POSTERIOR.

