

A N A L E M A

BOLETIN DE LA ASOCIACIÓN DE AMIGOS DE LOS RELOJES DE SOL

S U M A R I O

- 1 EDITORIAL Editor
- 2 ABSTRACTS Redacción
- 3 UN NUEVO RELOJ DE HORAS ITÁLICAS Y
BABILÓNICAS CON GNOMON CÓNICO..... J. Moreno
- 7 RELOJES DE SOL PINTADOS EN EL
CLAUSTRO DE UN MONASTERIO ITALIANO ... M. Arnaldi
- 13 RELOJ DE SOL SOBRE UN
CILINDRO VERTICAL J. de la Calle
- 15 MÉTODO SIMPLIFICADO PARA HALLAR LA
DECLINACIÓN GNOMÓNICA DE UN MURO L. Hidalgo
- 17 RESEÑAS DE PUBLICACIONES Redacción
- 18 DEL CUADRANTE ECUATORIAL
AL DECLINANTE M. Lombardero
- 21 GNOMÓNICA VECTORIAL (CONTINUACIÓN) .. A. de Vicente
- 25 POSICIONES GEOGRAFICAS DE LAS
CAPITALES DE PROVINCIA..... Redacción

La Asociación de Amigos de los Relojes de Sol fue creada en Abril de 1988. Figura en el Registro de Asociaciones con la referencia N-18685. Su Junta Directiva está formada actualmente por: LUIS HIDALGO VELAYOS, Presidente; JACINTO DEL BUEY PÉREZ, Vicepresidente; MANUEL LOMBARDERO SOTO, Secretario General; ANTONIO DE VICENTE CANDEIRA, Tesorero; JESÚS DE LA CALLE MONTES, M. ÁNGEL HACAR BENITEZ, MANUEL MARÍA VALDÉS CARRACEDO, BALTAZAR SOTERA ELÍAS, Vocales; JUAN JOSÉ CAURCEL MORAN, ANTONIO ANGULO ALVAREZ, JAVIER MORENO BORES, Asesores.

La Asociación constituye una entidad no lucrativa cuyos fines son el desarrollo y fomento de las investigaciones y estudios sobre temas históricos, geográficos y matemáticos relacionados con la difusión de los conocimientos relativos al cálculo, trazado, construcción, revisión y emplazamiento de Relojes de Sol y otros instrumentos astronómicos análogos.

Para el cumplimiento de estos fines se celebran reuniones periódicas, se mantiene contacto con otras Asociaciones o Entidades semejantes y se publica un Boletín Informativo cuatrimestral denominado ANALEMA. Ofrece a sus asociados los siguientes servicios:

- Información bibliográfica. Fondo con más de dos mil entradas referentes a Gnomónica
- Cálculo y diseño de relojes solares, atención de sus asociados o de cualquier entidad pública.
- Reseña de libros y tratados de Gnomónica.
- Traducción y revisión de artículos de revistas o boletines o publicaciones sobre estos temas.
- Asesoramiento para la construcción o reparación de relojes solares o instrumentos semejantes.
- Comprobación y datación de cuadrantes antiguos.

Estos servicios son prestados por la Asociación a título gratuito - o en casos especiales a coste estricto - a las personas o asociaciones que así lo soliciten y sean presentadas por algún socio. En todo caso los servicios de asesoramiento son totalmente gratuitos para las entidades culturales.

Para obtener la condición de Asociado es necesario, de acuerdo con los Estatutos, la presentación por dos Socios de la persona interesada, y su admisión por la Junta de Gobierno. La cuantía de su aportación, en concepto de cuota anual, es fijada libremente por el propio interesado, pudiendo ser nula si este así lo desea. No obstante, para recibir el presente Boletín y el resto de las publicaciones de la Asociación, deberá aportar una cuota mínima equivalente a los gastos de envío.

Los artículos o notas publicados en este Boletín pueden ser reproducidos y utilizados, citando su procedencia y previa comunicación a esta Asociación. Se exceptúan los casos en los que expresamente se indique la existencia de derechos de autor o cualquier otro impedimento legal.

La Asociación de Amigos de los Relojes de Sol no se hace responsable del contenido o interpretación de los escritos, gráficos, tablas, ni de cualquier otra información contenida en los Boletines ni en ninguna de sus publicaciones colectivas. Agradece cualquier tipo de crítica, comentario, discusión o reseña de los mismos, que será transmitida al autor del escrito y publicada en el Boletín si, a juicio, de la junta, su interés o generalidad lo hiciese conveniente.

Se reserva el derecho de adaptar, resumir o editar, con el conocimiento previo del autor, los originales recibidos para su publicación. Su extensión no deberá exceder de cinco folios, salvo que su contenido, por su interés y continuidad aconseje publicarlos en varios números sucesivos o en forma de opúsculo o separata del Boletín.

EDITORIAL

En anteriores "Editoriales" se ha comentado el actual renacimiento de las ciencias gnomónicas, en sus diversas vertientes: matemáticas, geográficas, investigación histórica....

Prueba de ello son los numerosos Congresos, Reuniones y Concursos, muchos de ellas internacionales, que se han celebrado en el transcurso de los dos últimos años. Y el creciente número de Asociaciones de gnomonistas que se están creando en diversos países.

Este auge no habría sido posible sin la existencia de un número, también creciente, de personas atraídas por este noble y antiguo Arte, que hunde sus raíces en la base de los tiempos prehistóricos.

Indudablemente las primeras manifestaciones "científicas" del Pensamiento humano, que se remontan posiblemente al hombre de Neanderthal, fueron las investigaciones sobre el transcurso del tiempo y su relación con el movimiento aparente del Sol.

En este sentido, la Gnomónica, lejos de ser una hija envejecida y abandonada de Urania, se nos presenta como precursora y madre de la Astronomía. Y actualmente rejuvenecida por un atractivo "lifting"

No existen otras disciplinas científicas que puedan enorgullecerse de tan ilustre linaje. Sus principios están tan firmemente establecidos, desde hace más de cinco mil años, que sus métodos pueden seguir siendo utilizados -y de hecho lo son- en la actualidad.

Pero esto no significa que los gnomonistas hayan conservado la mentalidad de los Asirios o Babilonios; ni siquiera la de los Romanos. Antes al contrario, se puede afirmar que han recuperado, aunque sea en una mínima parte, la abierta mentalidad de la época de la Ilustración. O, quizás, del hombre del Renacimiento

Efectivamente, en su conjunto y dentro de su diversidad constituyen una especie de fraternidad, unida por su común afición. En términos generales puede decirse que se caracterizan por su desinterés económico, y su deseo de adquirir y practicar disciplinas científicas complementarias -y suplementarias- a las de su formación profesional-

No es infrecuente que algunos gnomonistas con formación preferentemente humanística o clásica hayan extendido sus conocimientos a los desarrollos de la trigonometría esférica, y otras cuestiones matemáticas. Ni que los profesionales con fuerte base educativa matemática intenten traducir el duro latín medieval de Regiomontano (hay que confesar que con mediano éxito), o introducirse en el restringido y especializado campo de la investigación histórica o arqueológica.

Parece como si la reflexión personal sobre el transcurso del tiempo, inevitable al trazar un Reloj solar y evidenciada frecuentemente en sus "Divisas", dotase, al menos parcialmente, de una cierta unción angélica a nuestros hermanos gnomonistas.

Si estas afirmaciones anteriores pareciesen exageradas, no hay más que considerar la infinita paciencia con la que, en las reuniones de gnomonistas, nos escuchamos mutuamente las reiterativas ponencias sobre la orientación o declinación de un muro, sobre el trazado del un reloj declinante. y sobre Beroso y el Analemma de Vitruvio. Por no hablar del Reloj de Achaz, según Ezequiel (Reyes XX 9. 11.). Y también examinar la correspondencia postal entre gnomonistas, que se suele encabezar cortésmente con un "mi distinguido colega" (o amigo), "Caro Amigo" "Gentil signare" "Chèr colleague" o "sehr geehrter Herr..." mostrando así el aprecio y consideración, formales, debidos a cualquier miembro de la Fraternidad del Gnomon. Aunque luego se nos intente explicar de nuevo y por escrito como se traza la Meridiana por el método de los círculos indios.

Una vez más, el Editor debe excusarse, y así lo hace, por el gran retraso acumulado en la publicación de este Boletín informativo, que deseamos poder evitar en 1988

EDITOR

ABSTRACTS

3/6 A NEW SUNDIAL FOR ITALICS AND BABYLONICS HOURS , WITH A CONICAL GNOMON

As an extension of a previous article about *Bisuperficial dials* J Moreno Bores deals now with another very innovative dial, for babylonics and italics hours. As it is known those hours are determined by the horizon circle moving around the earth axis. So the horizon plan is always tangent to a cone. This cone, whose semiangle is equal to the local latitude, can be materialised and placed in due N.S direction, so performing as a gnomon. Hours lines are equiangular. Such dial has been elected in the international Contest and also won a nomination at Cambridge's. Really it is a brand-new sundial, we can say.

7/12 SUNDIALS PAINTED AT THE CLOISTER OF AN ITALIAN MONASTERY

The distinguished gnomonist M. Arnaldi present us with a very interesting article (unfortunately his article ought to be resumed, because editorial limitations) about some dials painted in the cloister of a Monastery. at Taggi (Italy) From this departure he leads us through a very illuminating tour by Italian mediaeval literature and, based in the evidence so acquired along the promenade, concludes, and we agree, that canonical hour "noon" has drifted slowly to midday.

13/14 SUNDIAL LAID ON A VERTICAL CYLINDER

For aesthetics reasons a conventional sundials could be disposed on a vertical cylinder. The hours lines are ellipses, intersection of the hours plans with the cylinder, and could be developed as sinusoidal lines. J. de la Calle calculates the equations and parameters of those lines and inserts a short program (in Basic) to get the co-ordinates of many points of each sinusoidal line

15/16 A SIMPLIFIED METHOD TO FIND THE GNOMIC DECLINATION OF A WALL

L.Hidalgo explains how to get the gnomonic declination of a wall, determining its azimuth angle, knowing both the latitude and the solar local hour. Some formulae useful for this purpose are inserted, and the *modus operandi* described

17/17 BOOKS: RÖMISCHE SONNENUHREN

The book subtitle is *An introduction to the old gnomonica*. It has been written by a well known specialist, Karlheinz Schaldach, and it is a must. book for every gnomonist specialised in this subject.

18/20 FROM THE EQUATORIAL TO THE DECLINING DIAL

The author explains a new system to design a declining dial by means of a geometric "affinity" (a linear transformation) from the equatorial dial. It is a further step of an article (Analema 16) upon the same theme. In a strict sense, the declining dial could be drawn without any help from numerical calculus nor tables. Only a common ruler is needed. Good enough.

21/24 VECTORIAL GNOMONICA

A. de Vicente goes ahead, as promised in "Analema 16", with his particular application of Vectorial calculus to gnomonic science. It will be further continued, he says.

25/25 GEOGRAPHIC CO-ORDINATES OF SPANISH PROVINCIAL CAPITALS

Values of geographic latitudes and longitudes of fifty Spanish cities. Longitudes are expressed in time (minutes and seconds), not in degrees, from Zero Meridian / Greenwich

Como ampliación a un artículo anterior titulado "Relojes Bisuperficiales", publicado en "Analema 18", J. Moreno presenta en este artículo un notable reloj solar, de un tipo totalmente nuevo y de una sencillez sorprendente. Este modelo ha sido presentado en dos concursos internacionales de gnomónica. Ha sido seleccionado para su construcción en Genk (Bélgica) y ha obtenido el segundo premio en Oxford.

UN NUEVO RELOJ DE HORAS ITÁLICAS Y BABILÓNICAS CON GNOMON CÓNICO

J. MORENO BORES

El reloj que presentamos es plano y horizontal. El elemento que produce la sombra indicadora (el "gnomon") es un *cono* que yace sobre el plano del reloj, apoyado en su generatriz horizontal. Esta generatriz se coloca en la dirección Norte-Sur, con el vértice del cono señalando el Sur. El *semiángulo* del cono es *igual a la latitud* de la localidad. En estas condiciones, el eje del cono coincidirá con el Eje Celeste.

La principal característica de este reloj es que la sombra arrojada por el cono se ajusta *en toda su longitud* a las líneas horarias del mismo. Hasta donde llega mi conocimiento, esta característica es una novedad. El autor agradecerá cualquier noticia relativa a antecedentes de estos relojes. Por supuesto, los relojes clásicos de horas iguales equinociales (de tiempo *verdadero*) con el gnomon orientado hacia el Polo Celeste tienen esa propiedad. Pero el resto de relojes diseñados para cualquier otro tipo de hora (desiguales o romanas, babilónicas, itálicas, oficiales, etc.) dan la hora por medio de la sombra arrojada por un *punto*.

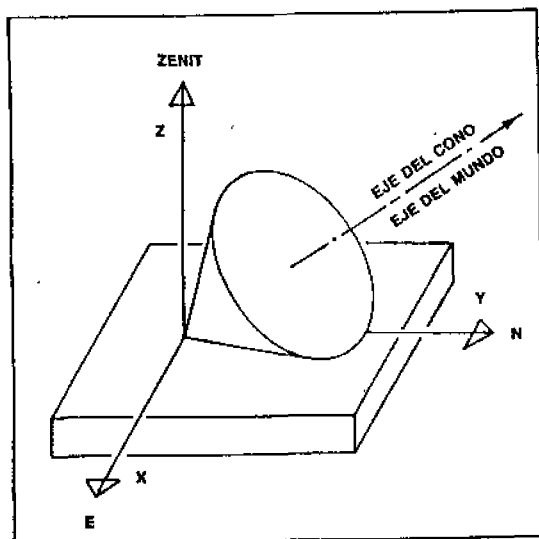


FIGURA 1

La figura 1 muestra el modelo. Recuerda una piedra cónica de molino de las que se usaban en los molinos de aceite. Una vez nivelado y orientado, el cono arrojará *dos* sombras rectas: Una oriental y otra occidental. Las sombras *coincidirán*, en toda su longitud, con dos líneas horarias (dibujadas o interpoladas). Las líneas horarias babilónicas (*"Horae ab*

Ortu Solis") figuran en el lado oriental; las itálicas (*"Horae ab Occasu Solis"*), en el occidental.

Naturalmente, el tiempo que falta para la puesta del sol es la diferencia entre 24 y la hora itálica. El tiempo transcurrido desde la salida del sol es la hora babilónica. La figura 2 muestra el diseño de la faz.

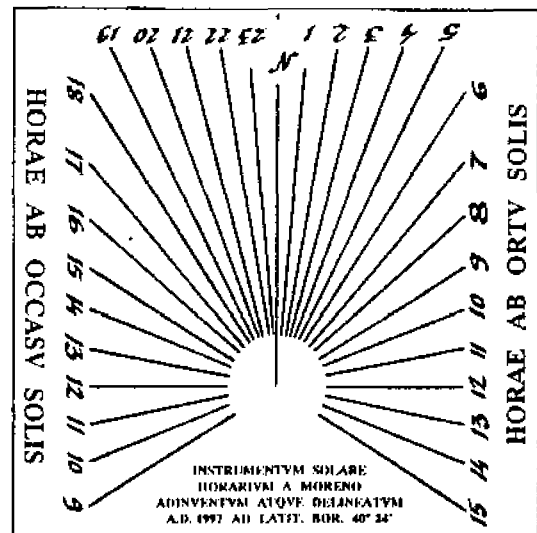


FIGURA 2

DISEÑO DEL RELOJ

El diseño es sencillísimo y se reduce a lo siguiente:

1) Diseñar un reloj convencional de horas equinociales para la latitud de la localidad. Incluir en el diseño las líneas correspondientes a las *medias* horas. Como siempre, es aconsejable eliminar las horas superfluas, teniendo en cuenta los acimutes de los ortos y ocasos solares en el solsticio de verano.

2) Renumerar las líneas horarias anteriores con el *doble* de la hora equinocial, es decir, las 18 en vez de las 9, etc. Las antiguas líneas matutinas van a ser ahora las líneas itálicas, y las antiguas vespertinas las babilónicas.

3) Construir un cono de semiángulo igual a la latitud de la localidad. Colocarlo como se ha dicho antes, apoyado sobre el plano del reloj de forma que la generatriz de apoyo sea la línea meridiana (la de las 12 horas verdaderas o las 0 horas babilónicas) y que su vértice esté en el punto de intersección de las líneas horarias.

ESTUDIO ANALÍTICO

La justificación matemática de este reloj la haremos, primero, por un estudio analítico. Después veremos una explicación geométrica más intuitiva.

En el sistema cartesiano de la figura 1, la ecuación del cono es:

$$x^2 + (1 - \tan^2 \phi) z^2 - (2 \tan \phi) yz = 0$$

donde ϕ es la latitud de la localidad.

Las componentes (cosenos directores) del vector unitario paralelo a los rayos solares son:

$$\begin{aligned} S_x &= + \cos \delta \sin t \\ S_y &= - \cos \phi \sin \delta + \sin \phi \cos \delta \cos t \\ S_z &= \sin \phi \sin \delta - \cos \phi \cos \delta \cos t \end{aligned}$$

donde:

δ es la declinación solar,
 ϕ es la latitud,
 t es el ángulo horario.

La ecuación de la sombra del cono anterior la hemos obtenido por el método general que expusimos en un artículo sobre relojes "bi-superficiales" en el número 18 de Analema:

$$\begin{aligned} &(-S_z + S_z \tan^2 \phi + 2 S_y \tan \phi) x^2 + \\ &+ (S_z \tan^2 \phi) y^2 - (2 S_x \tan \phi) xy = 0 \end{aligned}$$

Si aplicamos los criterios de clasificación de cónicas, llegaremos a la conclusión de que esta ecuación representa una cónica degenerada, es decir un par de líneas rectas. En efecto, la ecuación la podemos reescribir como:

$$\begin{aligned} &\left[y + \frac{x}{S_z \tan \phi} (-S_x + \sqrt{1 - (S_z \tan \phi + S_y)^2}) \right] \times \\ &\times \left[y + \frac{x}{S_z \tan \phi} (-S_x - \sqrt{1 - (S_z \tan \phi + S_y)^2}) \right] = 0 \end{aligned}$$

que es equivalente al par de ecuaciones resultantes de igualar a cero los dos factores de la anterior. Vamos a demostrar que ambas ecuaciones *sólo* dependen de la latitud y de la hora babilónica o itálica.

Sabemos que el arco semidiurno vale:

$$T = \frac{1}{15} \arccos (\tan \phi \tan \delta)$$

de donde es fácil deducir:

$$\begin{aligned} \cos (15 T) &= - \tan \phi \tan \delta \\ \sin (15 T) &= \frac{\sqrt{\cos^2 \phi - \sin^2 \delta}}{\cos \phi \cos \delta} \end{aligned}$$

Por definición de hora babilónica:

$$n_{BABIL} = T + \frac{t}{15}$$

Sustituyendo S_x, S_y, S_z , por sus valores, y utilizando las expresiones anteriores para simplificar las ecuaciones de las sombras, obtenemos (no sin algún trabajo algebraico y trigonométrico):

$$y = + \frac{1}{\sin \phi \tan \frac{15 n_{BABIL}}{2}} x$$

Así pues, la primera de las dos ecuaciones de los bordes de la sombra del cono sólo depende de la latitud ϕ y de la hora babilónica. Por un proceso similar se demuestra que el otro borde de la sombra es:

$$y = + \frac{1}{\sin \phi \tan \frac{15 n_{ITALI}}{2}} x$$

Si, además, observamos que las pendientes de estas rectas coinciden, precisamente, con la conocida fórmula para calcular el ángulo entre la línea de las 12 horas y otra línea horaria cualquiera en los relojes convencionales de tiempo verdadero, queda justificado el procedimiento de diseño que expusimos en el apartado anterior.

EXPLICACIÓN GEOMÉTRICA

Los resultados anteriores pueden parecer un poco sorprendentes. Sin embargo, las bases geométricas del reloj son muy simples e intuitivas, si refrescamos unos pocos conceptos. Recordemos que la hora 0 (cero) babilónica se corresponde con la salida del sol, y la hora 0 itálica con la puesta del Sol. En la Esfera Celeste, los círculos horarios babilónicos e itálicos son los círculos resultantes de girar el círculo del horizonte alrededor del Eje Celeste. La rotación de la mitad oriental del círculo del horizonte produce los círculos horarios babilónicos, y la mitad occidental los itálicos.

Estas rotaciones tienen el mismo sentido que el movimiento aparente del Sol, de modo que el círculo horario correspondiente a n_{BABIL} es la posición resultante de la mitad oriental del horizonte después de haber girado $15 \times n_{\text{BABIL}}$ grados (a partir de las 0 horas). Es fácil ver que los planos de los distintos círculos horarios (babilónicos e itálicos) son siempre tangentes a un cono que goza de las siguientes propiedades:

- a) El eje del cono es paralelo al Eje Celeste.
- b) El semiángulo ϕ del cono es la latitud local.
- c) El plano del horizonte contiene una de las generatrices del cono.
- d) Las "bases" del cono (intersección del mismo con la Esfera Celeste) son Paralelos Celestes. Uno de ellos es el paralelo límite de las estrellas circumpolares visibles en la localidad. El otro es el paralelo límite de las estrellas invisibles.

Estos conceptos se estudian con detalle en muchos textos de Gnomónica, por ejemplo en *Orologi Solari* de G. Fantoni. Un excelente estudio se encuentra en un artículo de J. Velilla Murus en el N° 2 de "ANALEMA".

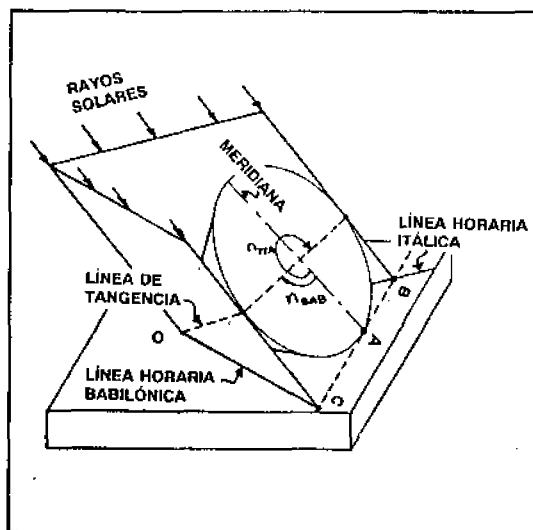


FIGURA 3

El reloj propuesto se basa en el idea de usar -de materializar- el cono mencionado (que era un concepto puramente matemático) como un gnomon real. El cono arrojará sobre el plano horizontal en que se apoya una sombra que tiene dos bordes rectos, que hemos llamado el oriental y el occidental. Estas líneas son la intersección del plano horizontal con un plano que es, simultáneamente, tangente al cono y paralelo a los rayos solares.

En los equinoccios (fig. 3) los rayos solares son paralelos a la base del cono. En estos días, $n_{\text{TAU}} - n_{\text{BABIL}} = 12$, y las líneas de sombra OA y OC acaban en

la recta BC tangente horizontal inferior a la base del cono. En cualquier otra fecha, los puntos de tangencia no se corresponden con el mismo diámetro de la base pero, sea cual sea la declinación solar, si los rayos solares son paralelos al plano tangente occidental mostrado en la figura 3, la sombra occidental OB del cono coincidirá con la OB anterior (la de los equinoccios) y la hora itálica n_{TAU} será la misma. Lo mismo ocurre con las horas babilónicas. La figura 4 muestra la base del cono abatida sobre el plano horizontal. La bisagra de abatimiento es la línea BC. El proceso antes descrito se puede plasmar en la siguiente construcción gráfica.

1) Trazar dos perpendiculares AB y AO. Sea A la intersección de ambas. La recta AB representa la dirección Este-Oeste y la recta AO la Norte-Sur.

2) Marcar el punto E de modo que AE sea el radio r de la base del cono material.

3) Marcar el punto O de modo que AO sea igual a la longitud h de la generatriz del cono material. El punto O va a representar el vértice del cono.

4) Trazar una circunferencia con centro E y radio $AE = r$.

5) Comenzando por A, dividir la circunferencia anterior en 24 partes iguales de 15° cada una. Numerar estas divisiones de 0 a 23, en el sentido de las agujas del reloj mecánico, comenzando por A. Estos números n representarán las diferentes horas babilónicas e itálicas.

6) Para cada una de las divisiones n que se acaban de numerar, llevar a cabo el siguiente proceso:

6.1) Unir E con el extremo D de la parte n ($n = 4$ en el ejemplo de la figura).

6.2) Trazar por D la recta DC tangente a la circunferencia (y, por supuesto, perpendicular a ED).

Seguramente el lector encontrará más cómodo trazar la paralela por D a la recta que une E con la división $n + 6$.

6.3) Marcar la intersección C de la tangente anterior con la recta BA.

6.4) Trazar la recta OC para obtener la línea horaria correspondiente a las n horas. Numerarla concordantemente.

6.5) Repetir los pasos 6.1 a 6.4 para obtener el conjunto completo de líneas horarias. Las líneas horarias al Este de OA son las babilónicas; las situadas al Oeste de OA son las itálicas.

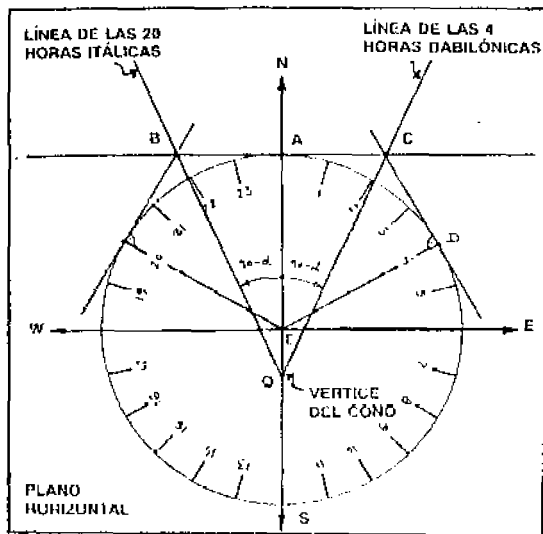


FIGURA 4

Sin embargo, el proceso descrito se puede simplificar con un poco de trigonometría aplicada a los triángulos de la figura. Fácilmente se llega a:

$$AC = h \left(\frac{1 - \cos 15n}{\sin 15n} \right) \sin \phi$$

$$= h \sin \phi \tan \frac{15n}{2}$$

$$\alpha = \arctan \frac{AO}{AC} = \frac{h}{h \sin \phi \tan \frac{15n}{2}} =$$

$$= \frac{1}{\sin \phi \tan \frac{15n}{2}}$$

que es, precisamente, la misma expresión a la que habíamos llegado antes por métodos puramente analíticos.

NOTAS FINALES

1.- No es difícil incluir en el diseño las líneas iso-declinación. Para ello precisamos definir previamente cuál va a ser el punto indicador. Para este fin podemos convenir que el punto en cuestión sea el punto del plano del reloj en el que la sombra de la base del cono (en general, una elipse) se encuentra con la sombra recta de la superficie lateral del cono, es decir, aquel punto en el que la sombra recta termina

Con esta convención, se puede demostrar que las

ecuaciones paramétricas de las líneas iso-declinantes son:

$$x = - \frac{S_x}{S_z} h \sin \phi \cos \phi (1 - \cos 15n) +$$

$$+ h \sin \phi \sin 15n$$

$$y = + \frac{S_y}{S_z} h \sin \phi \cos \phi (1 - \cos 15n) +$$

$$+ h - h \sin^2 \phi (1 - \cos 15n)$$

en donde ϕ y δ son constantes y n es el parámetro (que aquí representa tanto n_{BABIL} como n_{ITALI}). Una vez trazadas con ayuda de un ordenador, se puede ver que *aparentemente* son rectas perfectas, pero no hemos conseguido demostrarlo (excepto para el caso trivial de los equinoccios). Lo que sí es fácil demostrar es que sus asíntotas coinciden con las direcciones de los ortos y ocasos correspondientes al día de la fecha. Sin embargo, la utilidad práctica de dichas líneas es reducida porque el punto indicador es algo confuso (especialmente en las proximidades de los solsticios), como ocurre con cualquier punto de tangencia. En la figura 3, la línea iso-declinante correspondiente a los equinoccios es la recta BAC.

2.- Es muy sencillo diseñar este tipo de relojes para planos distintos al horizontal. Particularmente simple es el de plano paralelo al Ecuador, en el cual las rectas horarias se ajustan a una distribución equi-angular.

3.- Con el mismo principio básico que este reloj se pueden diseñar relojes para *horas sidéreas*, materializando como gnomon físico el cono primigenio de dichas horas (el generado por el plano de la Eclíptica al girar alrededor del Eje Celeste). En este caso, el cono ya no se apoya sobre una generatriz (ya no tiene ninguna generatriz horizontal), sino que el cono corta al plano del reloj, por lo que sólo es necesario construir su parte emergente.

4.- Estos relojes son un caso particular de un tipo más general: El que resulta de materializar como gnomon físico el elemento geométrico definido por el giro alrededor del Eje Celeste del plano que contiene el semicírculo horario inicial (es decir, el semimeridiano para las horas verdaderas, el semihorizonte para las horas itálicas o babilónicas, la Eclíptica para las sidéreas, o el semicírculo horario correspondiente a cualquier otra hora "natural" inventada o inventable). En el caso del reloj clásico de horas equinociales, el elemento definido por el giro es un cono de ángulo cero, es decir, el propio Eje Celeste.

En el claustro del convento de Santo Domingo en Taggia, (Italia), se halla un interesante grupo de relojes, pintados en el siglo XVI y restaurados recientemente por el autor de este artículo, en el que comenta y analiza una serie de hechos y circunstancias que nos ayudan a comprender mejor la historia y costumbres del tiempo medieval. Reproducimos aquí un resumen de este importante artículo, colaboración del distinguido gnomonista italiano M. Arnaldi, de Rávena, en el que, con gran erudición y rigor, documenta la hipótesis del muy probable adelanto de la hora nona, en los relojes canónicos y en la vida diaria, hasta hacerla coincidir con el intervalo de mediodía -sexta-

RELOJES DE SOL PINTADOS EN EL CLAUSTRO DE UN MONASTERIO ITALIANO (RESUMEN)

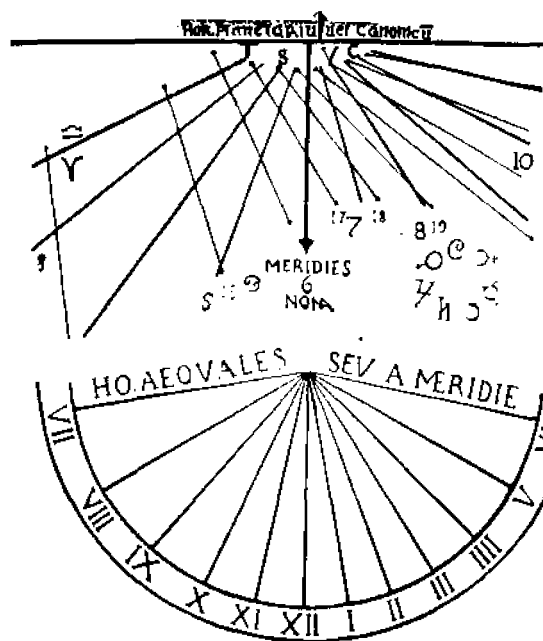
MARIO ARNALDI

Traducción de M.M. Valdés

LOS RELOJES DEL CLAUSTRO DE LOS DOMINICOS

Taggia fue, durante la Edad Media y el Renacimiento, una importante ciudad de Liguria (Italia). Hoy es un pequeño núcleo urbano situado entre el mar y la montaña.

En el claustro del convento de los Dominicos cuya iglesia se consagró en 1,490, fueron pintados un cierto número de relojes de sol, exactamente seis. Un pequeño reloj en la pared orientada al este, dos en la pared de la iglesia de cara al oeste (de estos dos quedan en el claustro del convento, solamente algunos restos), y los más interesantes en un grupo situado en la pared orientada al sur (fig.-1).



El grupo completo consiste en tres relojes de sol, dos en la parte superior, un reloj planetario cruzado por un reloj de horas itálicas, y otro reloj en la parte baja del conjunto con horas Francesas o Europeas.

El grupo de relojes pintados fue, en su época, de una gran utilidad para el monasterio. En los años en los que los relojes de sol fueron instalados en las paredes del convento, el pueblo italiano se regía por el horario de veinticuatro horas, llamadas Itálicas, que comienzan a contarse desde la puesta del Sol. Sin embargo la Iglesia continuaba utilizando las tradicionales horas canónicas. Por esta razón los monjes dibujaron un reloj de sol con horas temporarias sobre otro con horas itálicas. Con una simple mirada, el monje encargado de tocar la campana para las plegarias, podía ver la hora exacta para los oficios divinos al mismo tiempo que la indicación del tiempo civil. Más adelante, después de Napoleón, el nuevo sistema de contar el tiempo, el Europeo, pasó a ser el habitual en toda la península y entonces los monjes añadieron otro reloj de sol debajo de los dos primeros.

Veremos a continuación que los relojes de sol de Taggia nos pueden enseñar cosas muy interesantes.

Se puede observar que las líneas horarias estaban numeradas con la secuencia normal antigua, desde cero hasta doce (actualmente faltan algunos números), y cuando coinciden con los momentos de las oraciones canónicas están señaladas cerca de la base del gnomon con letras mayúsculas (S.V.C.).

Pero se ha de destacar, en este reloj de sol, un dato interesante. Debajo de la línea meridiana, pintado con una flecha puntiaguda hacia abajo, se encuentran tres detalles que nos proporcionan cierta información: la primera es la palabra MERIDIE, lo que quiere decir mediodía, la segunda es el número seis, o sea el final de la hora temporaria sexta, y la tercera es la palabra NONA, es decir el oficio de la hora Nona. Estas tres informaciones indican el mismo momento astronómico: el mediodía.

Sabemos que el oficio de este nombre se

¹ Mario Arnaldi, *Orologi Solari a Taggia - antiche conoscenze del tempo tra scienza e costume* Taggia, 1996.

celebraba a la hora nona del día (la mitad de la tarde). Los nombres de los oficios religiosos, que realmente provienen de la nomenclatura de las horas temporarias, son: Prima para la primera hora, Tertia para la tercera, Sexta para la sexta, Nona para la novena. Después de este momento había otros rezos: Vespera a la puesta del sol, Completorium (Completras) una hora después del ocaso, Medianoche² a la media noche (mejor a la hora octava de la noche).

¿Porqué se encuentran bajo la línea horaria del mediodía dos signos que representan el paso del Sol por el meridiano junto con uno que se refiere a la media tarde?

En este estudio, se presenta una serie de consideraciones basadas en las crónicas antiguas que nos ayudarán a comprender este aparente contrasentido. Muchos escritores antiguos solían referirse en sus escritos o informes a circunstancias o detalles sobre el tiempo y las horas, y esto nos conducirá a interesantes hallazgos.

LAS HORAS CANÓNICAS DE ORACIÓN

Podemos decir con seguridad que los primeros monjes de Egipto y el Oriente medio no rezaban siete veces al día; su plegaria era continua a lo largo del día. Los monjes del desierto sólo tenían dos momentos de oraciones en común: en la mañana y al atardecer. El resto del día era empleado en el trabajo con constantes plegarias interiores.

Este estilo de vida fue heredado por los monjes del Nor-Oeste en la cuarta y quinta centuria, pero con nuevas reglas. Rezaban generalmente a la Maten o Matutinam, a veces a la Hora segunda o Antert (ante tertiam) Tert o Tertia, Sest o Sexta, Noon (non) o Nona, ad initium noctis o Fescer o Vespera, y también algunos a la nocte incipientis, y Midnoc o Medium Noctis.

San Benito de Nursia fue el creador de una Regla que inspiró, a partir del siglo VI, las de la mayor parte de las familias monásticas en Europa. Escribió que los hermanos deben rezar en siete momentos del día y en uno de la noche, es decir: Vigiliae, (que luego fue llamada Matin o matutina hora, el Matutinum, que más adelante fue denominado Laudes), Prima, Tertia, Sexta, Nona, Vespera y Completorium.

De lo que hemos dicho hasta ahora se puede deducir que aquí hay algo extraño. ¿Porqué he escrito que siete eran los momentos del día incluyendo Visperas y Completras?

Como dije antes, Visperas, que tomo su nombre de la estrella más brillante en el horizonte, que aparece después de la puesta del Sol, se refiere a la hora doce, la última del día³, y Completras se refiere a una hora después de las Visperas; ambas son, por lo tanto, horas nocturnas.

San Benito anticipó estos dos momentos para conseguir que fuesen horas diurnas. En el capítulo XLI de la Regula escribió que, durante el tiempo de la Cuaresma hasta la Pascua de Resurrección, los monjes debían comer solamente después de las Visperas, pero, dijo, que las Visperas debían anticiparse de forma que no hiciesen falta velas para poder ver.

San Benito aclara que esta regla debe adoptarse todos los días, aún en el caso de que los días fuesen días de ayuno. Siguiendo el horario de San Benito para la comida de la noche sabemos que incluso las Completras se rezaban cuando la luz del día aún no se había extinguido.

Este primer análisis explica que se hallen las letras V (Visperas) y C (Completras) con tanta anticipación en el reloj de sol de Taggia. Realmente, en este reloj de sol se pueden ver todas las horas canónicas situadas con anticipación. Pero más adelante volveremos sobre su posición adelantada. Lo que querría hacer notar en primer lugar es la posición de la palabra Nona en el lugar del mediodía.

Volvamos de nuevo a San Benito. El fundador de esta famosa regla monástica, escribió claramente sobre el oficio de la hora nona. Prescribió el tiempo de comer para cada época litúrgica, y en el capítulo XLI dijo: " Los hermanos deberán tomar su comida en la sexta hora y cenar al atardecer desde la Pascua hasta Pentecostés. Después de Pentecostés, durante todo el verano, ayunen los miércoles y viernes hasta la Nona ", y de nuevo: " desde el 13 de septiembre hasta el comienzo de la Cuaresma, los hermanos tendrán su comida siempre a la hora Nona ". Sabemos que durante la mayor parte del año los monjes solo podían comer después de la Nona; digo Nona y no novena hora del día porque quiero separar cuidadosamente las horas canónicas de las temporarias o desiguales que se usaban en esa época. Es preciso tener muy clara en nuestra mente la diferencia entre ambas.

Las horas canónicas cambiaban a lo largo del año de acuerdo con las necesidades litúrgicas mientras que las antiguas horas temporarias seguían siendo las mismas⁴.

El Santo Fundador añade una buena anotación

² San Benito llama a esta plegaria *Vigiliae* de hecho sugiere a sus monjes que se despierten a la hora octava de la noche, aproximadamente una hora y media antes de la medianoche

³ Visperas es llamada por *esd* *Duodécima hora*

⁴ Esto no quiere decir que en los tiempos antiguos las plegarias no coincidiesen con las horas reales del día.

en el capítulo XLVIII de su regla, donde dice: "Y debe celebrarse la Nona más temprano, cerca de la mitad de la hora octava", o sea una hora y media después del mediodía.

ADELANTO DE LA HORA NONA

Como puede verse fácilmente desde el siglo VI la celebración de la Nona se adelantó substancialmente; en el centro de Italia en el verano una hora y media temporaria equivale por lo menos a dos horas iguales, y en invierno el mismo intervalo de tiempo temporal corresponde casi a una hora equinoccial, por tanto se acerca el oficio al mediodía.

Lentamente el avance de la Nona llegó a colocarla en el tiempo del mediodía o sea en la hora sexta del día. Todavía quedan hoy evidencias de este uso en los idiomas inglés y alemán. En efecto la costumbre inglesa de identificar el mediodía con la palabra "Noon",⁵ y "Noon tide", donde Tide es la palabra sajona para expresar "time", y en alemán se dice "Nonzeit" para "Mittag".⁶

Es conocido que en Alemania esta costumbre se consolidó en el siglo XIII,⁷ y se puede pensar que lo mismo ocurrió en otras regiones de Europa, entre otras Gran Bretaña y Francia. Hemos de suponer que este mismo proceso se desarrolló en Italia un poco antes, pero es difícil encontrar documentos que lo prueben. Uno de los más importantes testigos de este uso es el gran poeta Dante Alighieri. El autor de la Divina Comedia, escribió entre los años 1,304 y 1,307 una obra compuesta por cuatro tratados, llamada Convivio.⁸ En el Convivio, o Convito, Dante escribe sobre la filosofía y la ciencia de su tiempo; en el tratado tercero escribe sobre las horas canónicas y las compara con las equinocciales o iguales,⁹ pero lo más interesante es el capítulo 23 del cuarto tratado. En él Dante se explica mejor de lo que lo ha hecho antes, en el tratado tercero, y escribe en los párrafos 15-16 de éste capítulo:

"Por lo que se refiere a las partes del día es preciso saber que, como se ha dicho antes en el sexto del tratado tercero, la iglesia usa, en la distribución de las horas, [las horas] del día temporal, que son doce cada día, o grandes o pequeñas, según el tamaño de la luz, y la hora sexta o sea el mediodía es la más noble de todo el día y la más virtuosa, su

oficio se refleja en todos los demás. El oficio de la primera parte del día, o sea la Tercia, se dice al final de aquella y los del tercer lugar (Nona) y del cuarto (Vísperas) se dicen al principio; pero se dice media tercia, antes de que suene para este oficio; y se dice media nona después de que haya sonado; y también media víspera. Sin embargo cada uno sabe que la verdadera nona debe sonar al comienzo de la séptima hora del día"¹⁰.

Por lo tanto podemos estar seguros de que en Italia, en el siglo XIII, la Iglesia rezaba siempre la Nona al mediodía, y también sabemos que en aquella misma época las Vísperas fueron desplazadas al antiguo lugar de la Nona: en la hora novena. Esto nos enseña que en esa época el día se dividía en cuatro partes llamadas Tercia, Sexta, Nona y Vísperas¹¹. Estas partes fueron subdivididas en dos, creando las ocho divisiones del día, llamadas: mezza Terza, Terza, Sexta (?), Nona, mezza Nona, Vespro, mezzo Vespro, ver fig. 2

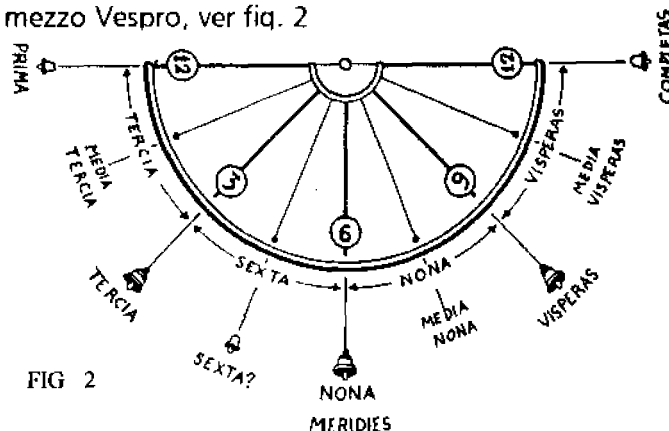


FIG 2

- LOS NÚMEROS INDICAN LAS HORAS TEMPORARIAS
- LAS CAMPANAS INDICAN EL TIEMPO EN EL QUE SE LLAMABA A LOS OFICIOS DIVINOS: TERCIA, NONA, VÍSPERAS-
- LAS CAMPANAS PEQUEÑAS SON HORAS NO MENCIONADAS POR DANTE.
- EL SIGNO (?) INDICA UNA HIPÓTESIS, PORQUE DANTE NO HACE MENCIÓN.

Dante dice que esta costumbre era sólo de la Iglesia, otros autores y escritores escriben frases y palabras que nos indican que la terminología de la Iglesia fue adoptada normalmente para los usos civiles. Así era costumbre en el pueblo común llamar Nona y Sexta al mediodía, Tercia a la tercera hora de

⁵ Noon es una antigua palabra que significa Nona.

⁶Gustav Bilfinger, *Die Mittelalterlichen Horen und die Modernen Stunden*, Stuttgart, 1892.

⁷Karlheinz Schaldach, *Vertical Dials of the 5 - 15th centuries* BSS Bulletin, 96.3, 1996, p. 36.

⁸Dante pensó escribir quince tratados, pero al final sólo realizó cuatro.

⁹Dante Alighieri, *Convivio* T 3. VI.

¹⁰O sea cuando la sombra del gnomon está en la línea horaria sexta; actualmente las líneas de un reloj marcan el final de esa hora o el comienzo de la siguiente

¹¹ En tiempos más antiguos el día se dividía en tres partes: mane, meridie y suprema. Mane comenzaba en el ortus solis y terminaba en la hora cuarta, Meridie desde aquí hasta la hora octava, y Suprema desde esta hasta el occasus solis. Ver Beda el Venerable y San Isidoro de Sevilla.

la mañana y Vísperas a la mitad de la tarde o atardecer. Cuando era necesaria una mayor precisión, por ejemplo para dar cuenta de acontecimientos astronómicos, se usaba la terminología habitual de las horas desiguales, como "séptima hora" (hora séptima) o "passata la quinta ora" (pasada la hora quinta) o también "in su la nona" (casi a la hora nona).

Estos pocos ejemplos de la literatura italiana sirven para mostrar sin ninguna duda el uso de la voz nona con el significado del "mediodía".

TESTIMONIOS LITERARIOS

Boccaccio, por ejemplo, en su *Decamerón*¹² escribe muchos pasajes con indicación del tiempo; en el tercer cuento del octavo día escribe:

"... y lo que quedaba de la mañana (Calandrino) lo empleó en buscarle (Bruno y Buffalmacco). Al final, habiendo pasado ya la hora de la nona, y acordándose de que trabajaban en el monasterio de las monjas de Faenze, aunque el calor fuese grandísimo.... (al cabo de un rato, Bruno le dijo a Buffalmacco) me parece que Calandrino habla bien. Pero no me parece que esta sea hora (pasada la nona) para ello, porque el sol está muy alto."

Boccaccio indica que Calandrino empleó toda la mañana buscando a sus amigos Bruno y Buffalmacco; a los que encontró a última hora (al final) de la mañana, pasada la hora de Nona (no la novena hora) cuando aun estaban trabajando a pesar del fuerte calor. Si la Nona hubiese sido cantada a la ora novena, o sea a las tres de la tarde, en el período equinoccial, Boccaccio no hubiese podido escribir que Calandrino encontró a sus amigos al final de la mañana, sino en el atardecer, y el sol no podría estar tan alto. Durante la discusión con Calandrino, Bruno especifica a Buffalmacco que, a esa hora, el sol está alto en el cielo (el sol está muy alto). No hay ninguna duda de que está hablando del mediodía. Pero muchos otros pasajes van a clarificar esta cuestión. En el cuento diez del sexto día, por ejemplo, el que comienza el nuevo cuento dice:

"No os será pesado el cuento, porque aunque me alargue para contar la historia con todos los detalles, mirad al sol, que todavía está en medio del cielo..."

Los amigos se reúnen siempre para contar los cuentos desde la Nona hasta después de Vísperas., y en este caso aparece claro que en la hora de Nona el sol está en el medio del cielo, (a mezzo il cielo).

El hecho de que los amigos comiencen a contar los cuentos después de comer, nos indica otra pista. Como se ha explicado antes, los antiguos monjes tomaban su primera comida después de la Sexta o después de la Nona, pero como poco a poco la Nona

se desplazó hacia la sexta hora, la liturgia de la Iglesia Romana y las costumbres civiles siguieron el mismo camino. Así todo lo que se relaciona con el almuerzo se asocia con Nona. Anton Francesco Grazzini llamado il Lasca escribió en el siglo XVI un libro con veintidós cuentos¹³, algunos de ellos hacen mención al tiempo y a las horas, leamos un pasaje del décimo cuento:

"La señora Mea y su hija se pusieron en camino una mañana temprano y hacia la nona llegaron a [...] donde oficiaba un sacerdote que fue ya su párroco,...por el que fueron muy bien recibidas, tanto que se quedaron a comer."

Como se puede ver la señora Mea y su hija llegaron antes de la Nona, y después de terminar la misa, fueron a tomar la comida.¹⁴ En el mismo relato se encuentra un pasaje que dice: "...así que a la otra mañana antes de nona estaban en Florencia" y esto significa también que la Nona se sitúa en la mañana y no en la tarde.

Desde el tiempo de San Benito - ya los Romanos tenían esa costumbre - los monjes dormían un poco después de la comida, y este hábito se conservó en los países¹⁵ cálidos.

En los viejos cuentos se encuentra frecuentemente esta conjunción de sucesos; de nuevo los escritos de Grazzini:

"Balìa, he pensado un modo, porque la casa de Marco Cimurri está situada más allá del Carmine en una calle solitaria por donde no pasa casi nadie, de pasar por allí después de la nona, por la tarde " entre Nona y Vísperas " cuando la mayor parte de la gente está comiendo o durmiendo ".

Y Boccaccio, cuando se refiere a dos monjas que quieren satisfacer su deseo con el jardinero, escribe:

"Mira que es cerca de la nona; creo que todas las hermanas estarán durmiendo, menos nosotras ".

Pero una de las mejores comparaciones de la Nona con el mediodía la hace Gustav Bilfinger. Él estudia las crónicas antiguas italianas y toma un eclipse de sol como elemento de comparación; el eclipse al que se refiere fue un gran acontecimiento, se pudo ver desde una gran área, y por eso se encuentra en diferentes crónicas. Se refiere al eclipse que ocurrió en el año 1.239, y compara un número de crónicas que Antonio Ludovico Muratori reunió en el siglo XVIII. El primer pasaje es de los *Annales Cesenates*:

"En el año de 1239 día viernes del principio de junio después de la hora de Nona se oscureció el sol y se hizo noche

¹³ Anton Francesco Grazzini, *Le Cene*, Nov. X, par. 7. in NOVELLIERI ITALIANI, v. 27.Rome 1976.

¹⁴ Hay que anotar que cuando Grazzini escribe sus cuentos, el horario italiano sigue un camino diferente, comienza al ocaso; al escribir las palabras *A in su la nona* Grazzini se refiere sin duda al oficio de la Nona.

¹⁵ De ahí la *Siesta* en español, para designar el sueño después de la hora sexta (después de la comida.)

cerrada; y estuvo así por espacio de casi una hora, y la luna se situó ante él; y todas las estrellas se veían claramente en el firmamento"¹⁶.

El cronista utiliza la voz *horam Nonae*, lo que significa hora de Nona y no novena hora, esta acepción era utilizada por muchos escritores, como se puede ver en los ejemplos precedentes, para distinguir las horas temporarias de la celebración de los divinos oficios. Pero continuemos con la crónica de Biffinger. En los *Annales veteres Mutinensium* se lee:

"Ese año (1239) el día 3 de junio hubo un gran eclipse de Sol, que duró desde la hora sexta hasta la novena, y se vieron las estrellas en el cielo".

Y en el *Chronocon Astense*:

"1239. El Sol se oscureció desde la hora sexta hasta la novena para gloria de la Santa Cruz"¹⁷.

En los *Annales Mediolanenses*, se lee:

"Este año (1239) hubo un gran eclipse de Sol como no se había visto nunca. Se vieron las estrellas al mediodía"¹⁸.

En el *Memoriale historicum* de Matthaeus de Griffonibus, en el año 1239 se lee:

"Este año día viernes cuarto de junio el Sol se oscureció a la hora nona y se vio el cielo estrellado"¹⁹.

Encontramos la misma indicación en la *Chronica di Bologna*:

"1239. El día tres de junio a la hora de nona el Sol se oscureció y permaneció estrellado el cielo como si fuese de noche"²⁰.

Muchos otros autores refieren el acontecimiento, y como hemos visto hasta ahora algunos usan el término "ora di Nona" o "hora Nonae"²¹, y otros prefieren escribir "circa horam sextam" o "hora sexta"²², para señalar el mismo momento: el mediodía.

Dentro del *Chronicon Leodiense* se puede leer otro pasaje respecto al eclipse del año 1239, y se lee: Este año el Sol sufrió un eclipse a mediodía hasta la hora de Vísperas"²³.

En este pasaje el autor prefiere especificar el momento del evento con la palabra *meridie* que astronómicamente hablando es mucho más adecuada. Pero escribe "a meridie usque ad horam Vesperae" lo que significa "desde mediodía hasta la hora de las Vísperas (el Oficio)", y si se compara la descripción de los *Annales Cesenates* con la del

Chronocon Astense se puede comprobar que el fenómeno dura desde "ab hora sexta usque ad nonam", se puede ver fácilmente que "meridie" (el suceso astronómico), "sexta" (la hora sexta del día) y "hora Nonae" (el oficio de Nona) tienen el mismo significado y representan el mismo momento; igual que ocurre en el reloj de sol de Taggia. Y además hemos aprendido que el rezo de las Vísperas se realizaba a la hora novena, o antes.

Esto nos deja entrever las razones de la impropia, aunque sin embargo común, posición de los otros momentos canónicos en los relojes de sol de Taggia. Permítaseme decir algo sobre el momento de las Vísperas. Como he escrito en las páginas anteriores, el oficio litúrgico de las Vísperas, que en su origen era rezado a las doce horas (temporarias) del día, fue adelantado en el siglo VI por San Benito en su Regla monástica, y con las Vísperas también las Completas. En efecto no podemos saber el instante preciso de las Vísperas, porque San Benito dejó a los Abades la libertad de decidir el mejor tiempo según la estación. Pero las costumbres llevaron a aproximar el oficio de Vísperas a la novena hora del día.

LAS CUATRO "HORAS" DEL DÍA

En realidad, en el siglo XIII y en el XIV estos acontecimientos se superpusieron: muchas son de hecho las citas que corroboran esto.

Como hemos visto antes, Dante Alighieri en su *Convivio* formula la división del día en estas partes, y nos hace saber, que en un cierto sentido el día estaba dividido en cuatro partes: primera parte llamada Tercia que iba desde el orto hasta el final de la hora tercia, la segunda, llamada Sexta, iba desde este momento hasta el final de la hora sexta, la tercera parte, llamada Nona, abarcaba desde aquí hasta el final de la hora novena, y la cuarta, llamada Víspera iba desde aquí hasta el ocaso.

Estas cuatro partes del antiguo día fueron llamadas frecuentemente horas y muchos autores escribieron sobre la primera, segunda, tercera y cuarta hora del día.

Esta costumbre sobrevivió hasta el siglo XVI, Grazzini, de hecho, se refiere a la hora de tres formas diferentes: como horas iguales por el sistema itálico, como horas canónicas y como las cuatro horas del día.

Se preocupa en distinguir las cuatro horas del día de las primeras cuatro horas itálicas con la fórmula "un'ora di notte" (una hora de la noche) o "tre ore di notte" (tres horas de la noche), así para las cuatro horas escribe:

"Llegó la tarde, y Taddeo dijo que prefería cenar y dormir con su tío ... [fue] esperó hasta la hora tercera... y cuando

¹⁶A. L. Muratori, *Annales Cesenates* in R I S, t. XIV, p. 1097.

¹⁷Ibidem, XI, 189.

¹⁸Muratori, XVI, p. 645.

¹⁹Muratori, XVIII, 112.

²⁰Ibidem, XVIII, 260.

²¹Giovanni Villani, *Storie Fiorentine*

²²Bouquet, *Script. Rer. Gall.*

²³Este año el sol sufrió un eclipse desde el mediodía hasta la hora de Vísperas

terminó de comer se dirigió hacia la casa de Fiammetta; y allí oyó la hora cuarta²⁴.

Taddeo recibe una carta de Fiammetta por la mañana, en la que le dice si se pueden encontrar por la tarde a la hora cuatro. Pero a causa de que están en el tiempo de Carnaval, es obvio que se refiere a un tiempo diurno; en realidad la cuarta hora después del ocaso, en la nomenclatura itálica, es demasiado tarde para ser considerada como atardecer (sera) como ella expresamente le pregunta. Entonces hay que traducir "tre ore" por Víspera (en realidad el tiempo para la comida de la tarde), y "quattro ore" como el ocaso (el tiempo verdadero para encontrar a las mujeres)²⁵.

Para el pueblo trabajador estas cuatro horas fueron el tiempo de las comidas como se puede ver en Il Fuggilozio, por Tomaso Costo que vivió en el siglo XVI, los leñadores necesitan tomar su desayuno a Tercia, su comida en la mañana (un poco antes del mediodía), un bocado a Vísperas (media tarde) y la cena al anochecer²⁶.

Pero como nuestro reloj es para uso conventual, quiero recordar por último las palabras del Abad Calmet en su Commentario letterale, istorico e morale sopra la Regola di S. Benedetto. En el capítulo 17 escribe:²⁷

"En el presente (1751) casi por todas partes, se cantan Vísperas a las tres horas de Francia (tres de la tarde), excepto en tiempo de Cuaresma, durante la cual se cambia a comienzos del mediodía para poder comer al mediodía²⁸.

¿Qué pasa con la hora tercera? Dante dice que Tercia se canta al final de la hora tercia, o sea cuando la sombra esté en la tercera línea. Pero como otras horas canónicas, Tercia también cambia su lugar. En el siglo XVI, como en nuestro reloj, el Oficio de esta hora es anticipado a la hora segunda, como puede leerse en Constitutiones Monachorum Silvestrinorum ordinis s. Benedicti en el año 1688:

"A su hora (que puede ser dos horas después de salir el Sol) se canta Tercia".

Después llegan Sexta y Nona.

Todos estos cambios pueden probablemente inducir a confusión, si se piensa que el procedimiento de contar las horas cambió muchas veces en Italia. Algunos maestros, como Regiomontano, escriben tablas de conversión válidas para todo el año.

Nuestro reloj no las necesita porque está sobreimpreso al itálico, y podemos seguir, mirando los dos relojes, la tabla de conversión hecha por Calmet, que es:

"Según nuestro modo de contar, tomando un día de diciembre, o de enero, se puede decir que se cantaba Prima aproximadamente a las catorce, (en el modo italiano) .. A las dieciséis se decía Tercia; a las dieciséis y media, o a las diecisiete se pasaba a los trabajos manuales y se trabajaba hasta una hora después del mediodía. En el tiempo del trabajo manual se decía Sexta .. Una hora después del mediodía sonaba el primer toque de Nona²⁹.

Llegados a este punto, y de acuerdo con la costumbre que reseña Francesco da Buti en su comentario de Dante, vemos que el reloj de Taggia divide el día en seis partes, como muchos otros relojes canónicos italianos, consecuencia de una de las últimas costumbres de división del tiempo canónico.

Actualmente muy pocas órdenes religiosas siguen el horario riguroso para las horas de los divinos Oficios. La extrema variabilidad de las horas canónicas, y las diferentes condiciones de los sistemas de tiempo y formas de vida lleva a los modernos monjes y sacerdotes a decidir ellos mismos cuando deben recitarse las horas, dependiendo de sus obligaciones durante el día³⁰. Pueden rezar todos los Oficios en la mañana cuando se levantan, o en la noche al acostarse, y quizás, tras una mirada a un simple reloj de pulsera.

NOTA DE LA REDACCIÓN

POR NECESIDADES DE EDICIÓN ESTE ARTÍCULO ES UN RESUMEN DEL ORIGINAL DE M. ARNALDI, SI ALGÚN LECTOR ESTÁ INTERESADO EN RECIBIR LA TRANSCRIPCIÓN COMPLETA DEL ORIGINAL, PUEDE DIRIGIRSE A LA REDACCIÓN DE ESTE BOLETIN INFORMATIVO, O DIRECTAMENTE A SU AUTOR

HACEMOS NOTAR LA IMPORTANCIA Y ORIGINALIDAD DE LA TESIS EXPUESTA, QUE EL AUTOR ACLARA Y JUSTIFICA CON NUMEROSOS TESTIMONIOS LITERARIOS E HISTÓRICOS Y QUE, SEÑALANDO ES DESLIZAMIENTO Y ADELANTO PROGRESIVO DE LA HORA NONA, RESUELVE DEFINITIVAMENTE LAS CUESTIONES PLANTEADAS POR LA DESIGNACIÓN DE LA HORA DEL MEDIODÍA.

M.L.

²² A. F. Grazzini, *Le Cene*, nov. V, par. 21.

²³ Un corto ejemplo de la forma de contar las horas itálicas se puede ver en Grazzini, cuando escribe: "...dall'ue ore di notte in l'8" (desde la hora dos de la noche)

²⁴ Tomaso Costo, *Il Fuggilozio*, Day VIII, 5.

²⁵ Agostino Calmet, *Commentario letterale, istorico e morale sopra la Regola di S. Benedetto*, I, p. 105.

²⁶ *Constitutiones sacri ordinis B. V. Mariae de Mercedese* dice: "desde la Cuaresma las Vísperas se rezarán a la hora segunda o tercera, despues del mediodía...." como en el reloj de Taggia.

²⁹ A. Calmet, op. cit., p. 111.

³⁰ Actualmente, en general, Matutinum y Laudes se recitan entre la media noche y el mediodía y en algunos casos pueden anticiparse hasta la tarde del día anterior. Tercia Sexta y Nona en la mañana; durante los días de fiesta y en Cuaresma, Vísperas se recita antes de la comida, y en todos los demás días se rezan Vísperas y Completas en la tarde.

J. de la Calle expone un método para el trazado de las líneas horarias de un reloj cilíndrico vertical con el gnomon paralelo al eje celeste. Indica que estas líneas son elipses determinadas por la intersección de los planos horarios con el cilindro, y que desarrollando en un plano la superficie del cilindro estas elipses se transforman en curvas sinusoidales, de las que calcula los parámetros que las definen. Adjunto un corto y sencillo programa informático, en Basic, que facilita su trazado. M.L.

RELOJ DE SOL SOBRE UN CILINDRO VERTICAL

JESÚS DE LA CALLE

Este tipo de reloj se utiliza sobre todo en jardines y plazas por su gran valor decorativo. Consiste en una columna o cilindro puesto de pie al que se le coloca un estilo en forma triangular o una varilla orientada en la dirección del eje del mundo según se muestra en la figura 1.

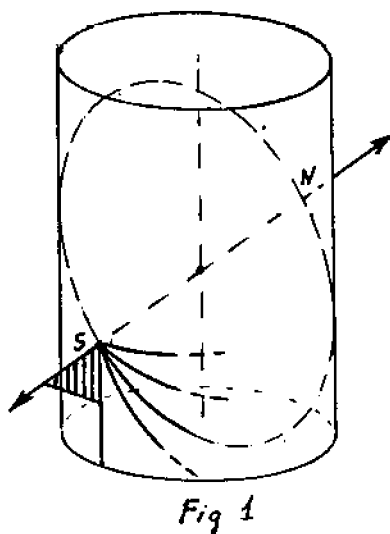


Fig 1

Si esta varilla atraviesa al cilindro de parte a parte proporcionaría dos posibles sombras, una en la parte Sur del cilindro, que puede indicar las horas meridionales entre las 6 de la mañana y las 6 de la tarde, que será el reloj más utilizado. La otra sombra en la parte Norte aparecerá solamente en los meses de verano y primavera poco tiempo después de la salida del sol y poco antes del ocaso.

Si se corta el cilindro por un plano inclinado la sección será una elipse, cuyo eje menor será igual al diámetro del cilindro. Pero si además, este plano es un plano horario, significa que el sol estará en ese plano cualquiera que sea su declinación, por la época del año. En este caso la sombra del estilo estará en la elipse producida por el plano, lo que permitirá el trazado del reloj calculando, por puntos, la situación de la elipse para cada una de las horas.

Supongamos un plano horizontal que pasa por el punto S de la varilla que hace de estilo, según se muestra en la figura 2. El plano de la elipse cortará

a éste con una traza SE que será la sombra de la varilla, pues el sol está en el mismo plano de la elipse. Por tanto, esta traza será la línea horaria de un reloj horizontal correspondiente a la hora h, y el ángulo que forma con la meridiana SO está definido por la expresión: $\text{tg } a = \text{tg } h \cdot \sin f$, tan conocida que no precisa justificación.

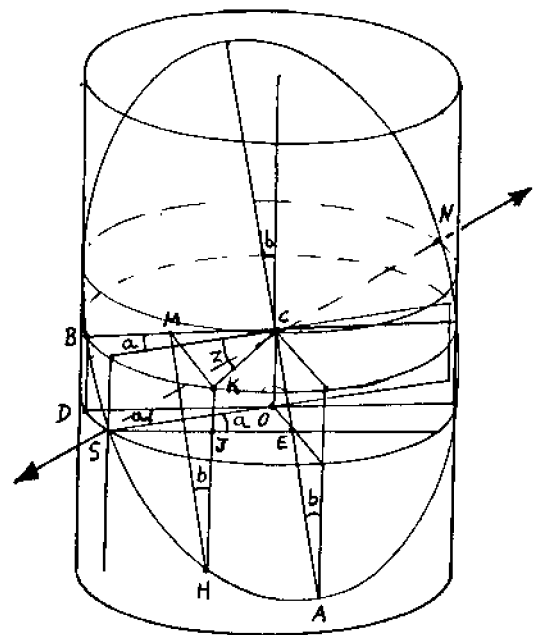


Fig 2

Ahora se trata de dibujar la elipse, calculando una serie de puntos por cada línea horaria. Esta elipse desarrollada sobre un plano dará una senoide según se ve en la figura 3 cuya amplitud será CA y su ciclo el diámetro del cilindro. El origen de la senoide será el punto B del eje menor, que será, de momento, el origen de coordenadas, pero el traslado al punto S es fácil, pues la diferencia angular es el ángulo DOS igual al ya conocido a y la diferencia de ordenadas es $BD = R \cdot \text{tg } f$.

La ordenada del punto H se determina en el triángulo HKM en el que el ángulo b en H es el de

la máxima pendiente de la elipse, que se puede calcular en el triángulo semejante OCE, pues

$$OC = BD = R \cdot \operatorname{tg} f \text{ y } OE = R \cdot \operatorname{sen} a$$

luego

$$\operatorname{tg} b = \operatorname{sen} a / \operatorname{tg} f$$

Como MK es perpendicular al eje menor

$$MK = R \cdot \operatorname{sen} (z + a)$$

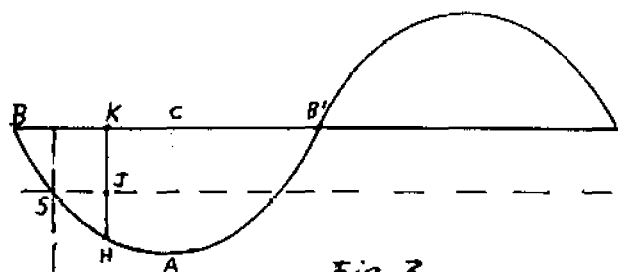
y por tanto

$$KH = MK / \operatorname{tg} b = \operatorname{sen} (z + a) \cdot \operatorname{tg} f / \operatorname{sen} a$$

A esta distancia habrá que restar

$$JK = BD = OC = R \cdot \operatorname{tg} f$$

para obtener las ordenadas con el origen en el polo S del reloj.



Por tanto, para cada línea horaria h se dará una serie de valores a z , por ejemplo, de 0 a 1 radian en intervalos de 0.1, y de los valores obtenidos se resta $R \cdot \operatorname{sen} f$.

Como el reloj es simétrico con relación a la línea de las 12 no será necesario repetir el cálculo para las horas anteriores al mediodía. Para calcular las sombras que se producen en el punto N solo habrá que añadir 180 grados.

Se puede observar que el algoritmo de cálculo es muy sencillo y fácil de programar en un ordenador personal para obtener un listado de valores que permita dibujar por puntos las sinusoides.

A continuación se inserta un pequeño programa, (solamente 16 instrucciones) desarrollado en *basic* que permite el cálculo rápido de los parámetros que definen las curvas sinusoides y las coordenadas para su trazado. Los valores de los parámetros iniciales son

Latitud $FI (\varphi) = 40,24^\circ$ (Instrucción 30/1)

Radio de la columna 250 mm. (instrucción 20/3)

para otros parámetro será necesario cambiar adecuadamente estas dos instrucciones.

PROGRAMA INFORMÁTICO (En BASIC) PARA EL CÁLCULO DE LAS SINUSOIDES QUE CORRESPONDEN A LAS ELIPSES DESARROLLADAS O LÍNEAS HORARIAS DEL RELOJ CILÍNDRICO VERTICAL.

```

10 'RELOJ SOBRE CILINDRO VERTICAL
20 PI=3.1416:RAD=PI/180:R=250
30 FI=40.24:F=FI*RAD:JK=R*SIN(F)
40 FOR N=.5 TO 5 STEP .5
50 H=N*15*RAD
60 TB=TAN(H)*COS(F):B=ATN(TB)
70 A=ATN(TAN(H)*SIN(F))
80 JK=R*TAN(F)
90 AM=R/SIN(B):C=TAN(F)/SIN(A)
100 PRINT "HORA";N,"AM=";INT(AM)
110 FOR Z=0 TO .8 STEP .1
120 Y=R*SIN(A+Z)*C-JK
130 IF Y>800 GOTO 150
140 PRINT USING "### ";Y,
150 NEXT Z:PRINT :NEXT N
180 END
    
```

La aplicación del anterior programa a los datos anteriormente indicados: $FI = 40,24$ $R=250$ nos permite calcular inmediatamente las coordenadas de las sinusoides correspondientes a las diversas horas, de 1 a 12, de media en media hora, como aparece en la tabla siguiente:

HORA .5	AM= 2500
0 247 490 726	
HORA 1	AM= 1247
0 121 239 352 459 560 653 738	
HORA 1.5	AM= 829
-0 78 153 224 291 353 409 460	
HORA 2	AM= 619
-0 56 108 158 204 246 283 316	
HORA 2.5	AM= 494
-0 42 81 117 150 179 204 225	
HORA 3	AM= 412
0 32 61 87 111 131 148 161	
HORA 3.5	AM= 354
0 24 46 65 81 95 105 112	
HORA 4	AM= 313
-0 18 33 46 57 65 70 72	
HORA 4.5	AM= 284
0 12 23 31 36 39 40 38	
HORA 5	AM= 264
0 8 13 16 17 16 13 7	

TALLER

MÉTODO SIMPLIFICADO PARA HALLAR LA DECLINACIÓN GNOMÓNICA DE UN MURO

L. HIDALGO

Es creencia popular que es mejor realizar una obra que buscar la perfección para ejecutarla, porque con harta frecuencia nunca se llega a realizar.

Es cierto, que para un futuro constructor de un cuadrante vertical declinante, el conocimiento de los valores determinantes, como son la latitud del lugar de emplazamiento, su longitud geográfica, la Ecuación del Tiempo, la declinación del Sol son muy importantes, sin embargo el factor fundamental para su buen funcionamiento o por lo menos el que más influye en la exactitud del reloj es precisamente la declinación del muro, donde con posterioridad se plasmarán las líneas horarias. Un pequeño error en el cálculo puede originar errores de consideración en la lectura horaria. Por otra parte, casi todas las fórmulas que posteriormente se utilizan en la construcción del cuadrante involucran el valor de la declinación del muro. Existen numerosos procederes para su obtención, descritos en todos los tratados de gnomónica como son: la determinación de su azimut en determinados momentos: paso del Sol por la meridiana, o cuando éste es coplanario con el azimut del muro, es decir, está rasante, o bien en cualquier otro momento determinado del día.

Personalmente prefiero seguir el método de mi buen amigo J. de la Calle, colaborador asiduo de este Boletín, en el que en el número 1 de *Analema* describe un método original, muy preciso y extraordinariamente cómodo, puesto que no hay ninguna necesidad de desplazarse al lugar del futuro emplazamiento para hacer las medidas pertinentes para su ulterior cálculo.

Esta sencillez entraña el hecho de que el voluntarioso constructor esté pendiente, hasta que se le remitan todos los cálculos, del pertinente dibujo realizado a tamaño real.

En resumen, lo que se pretende es dar un procedimiento, que no siendo el mas idóneo en cuanto a su exactitud sea fácilmente practicable y pueda llevarlo a cabo personalmente todo individuo que esté interesado en la construcción de su reloj de Sol y a la vez disfrute con su propia ejecución.

Ya se sabe que en política económica de ayuda, es mucho mas rentable enseñar a pescar que dar directamente el pescado, máxima que se puede aplicar aquí con todo rigor.

Y sin más preámbulos pasamos a la descripción del método

La declinación gnomónica de un muro es el ángulo formado por la traza del mismo con la de la línea Este Oeste, ángulo que es exactamente igual al que forman sus perpendiculares, esto es, la meridiana y la perpendicular al muro, (Fig. 1).

Esto supone esperar un determinado momento del día, que es precisamente cuando el Sol está situado perpendicularmente al muro, momento que conoceremos si clavamos un clavo perpendicular a la pared y del que pende un hilo de plomada.

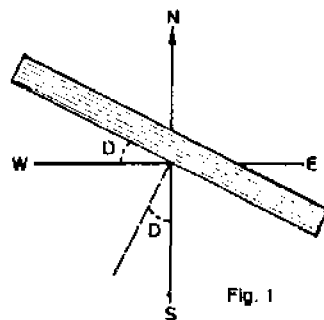


Fig. 1

El Sol estará perpendicular a la pared, cuando la sombra arrojada por el clavo (o una doble escuadra) se proyecte sobre el hilo de la plomada o sobre una línea que previamente hubiéramos dibujado con aquella, (Fig. 2).

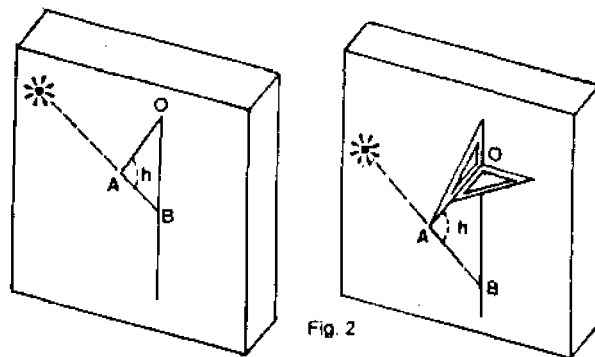


Fig. 2

Si en este instante medimos la longitud de la sombra proyectada sobre la línea de la plomada OB y la dividimos por la longitud del saliente del clavo o de la doble escuadra OA, obtendremos el valor de la altura del Sol en ese instante.

Si conocemos el valor de la declinación del Sol h en ese día, todo se reduce a aplicar la fórmula del coseno del conocido triángulo esférico, de posición. (Fig 3), en la que también se indica la notación empleada:

$$\cos A = (\sin h \cdot \sin \varphi \cdot \sin \delta) / \cos \varphi \cdot \cos h$$

A = azimut del Sol
H = ángulo horario
δ = declinación Solar
h = altura del Sol
φ = latitud local
λ = longitud local

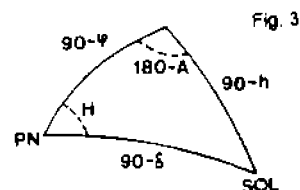


Fig. 3

$$\sin \delta = \sin \varphi \cdot \sin h - \cos \varphi \cdot \cos h \cdot \cos A$$

Esta fórmula expresa el valor del azimut del Sol en el momento en que este esté perpendicular al

muro y que evidentemente, como anteriormente se expuso, es el valor de la declinación gnomónica del muro. Obsérvese la sencillez del "modus operandi". Solo debemos tener conocimiento de la declinación del Sol en el día que efectuemos la medida, cosa que podemos obtener de cualquier anuario o de los que anualmente se dan en nuestro Boletín, lo que excluye el conocimiento de la ecuación del tiempo y de la longitud geográfica.

Su simplicidad compensa sobradamente la espera hasta el momento adecuado. Si se quiere mejorar el sistema podíamos confeccionar un bastidor que porte un papel milimetrado en el se clava una varilla perpendicular de longitud conocida y una plomada que arranque del centro O como se aprecia en la figura 4. El bastidor una vez adosado y nivelado estará en condiciones de esperar a que el Sol se encuentre perpendicular al muro

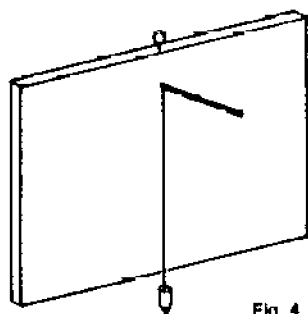


Fig. 4

Naturalmente conseguiríamos más precisión si en ese momento registráramos la hora de paso de la sombra por la perpendicular con nuestro reloj de cuarzo bien reglado con las señales horarias emitidas por las emisoras de radio y lo compara

mos con el momento en que el Sol pasa o pasará por la meridiana, lo cual sí que exige el conocimiento de la longitud geográfica y de la ecuación del tiempo para ese día. La diferencia del ángulo horario entre las dos horas (la de la meridiana y la de la perpendicular), transformada en grados se obtiene por la fórmula:

$$\text{Tg } A = \text{sen } H / (\text{sen } \varphi \cdot \cos H - \cos \varphi \cdot \text{tg } \delta.)$$

Como se puede apreciar la obtención del acimut es en el primer caso a través de la altura h del Sol y en el segundo utilizando la diferencia del ángulo horario H .

Casi todo el mundo actualmente (hasta las amas de casa para hacer la compra) dispone de esa maravillosa maquinilla que llamamos calculadora en la que incluyen los valores de las funciones trigonométricas del seno, coseno y tangente (aunque naturalmente aquellas no compran las sardinas usando la función tangente).

Para clarificar el método pongamos un ejemplo de ejecución:

Vamos a suponer que deseamos saber la declinación gnomónica de un muro, en un punto geográfico de latitud $\varphi = 40,4^\circ \text{ N}$ y longitud $\lambda = 2^\circ 41' \text{ W} = 14^\circ 45' \text{ W}$ el día 21 de Junio en el que la declinación del Sol $\delta = 23^\circ 26' = 23,43^\circ$.

En ese día, si no tenemos la mala suerte de que está nublado, cuando la sombra arrojada por la varilla de longitud 100 mm caiga sobre la línea de la plomada, arroja un valor de 305 mm. $305/100 = 3,05$, a cuya tangente le corresponde un ángulo

de $71,89^\circ$ luego la altura del Sol en el instante en que es perpendicular al muro es $h = 71,89^\circ$, (*)

Si sustituimos ese valor en la fórmula quedará:

$$\cos A = [\text{sen } 40,4 \cdot \text{sen } 71,89 - \text{sen } 23,43] / [\cos 40,4 \cdot \cos 71,89] = 0,922;$$

$$A = 22,77^\circ \text{ W}$$

que es precisamente la declinación del muro (D).

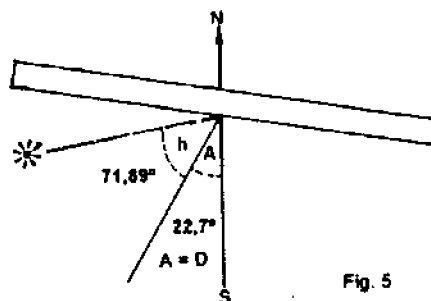


Fig. 5

Como se observa solo hemos utilizado dos valores; la declinación del Sol en ese día y la altura del Sol en el momento en que está perpendicular al muro. Se puede comprobar este valor hallado de la manera siguiente: Hora de paso del Sol por la meridiana del lugar = $12 + 2$ horas de adelanto (verano) + $14^\circ 45'$ (diferencia longitud) + $1^\circ 28'$ (E.T) = $14^h 16^m 13^s$. El Sol está perpendicular al muro, según anotamos, a las $14^h 46^m 13^s$ existiendo una diferencia en tiempo de media hora, equivalente en grados a $7,5^\circ$, ($15^\circ = 1$ hora)..

Si introducimos el valor del ángulo horario H en la fórmula que da la tangente de A tendremos:

$$\text{tg } A = \text{sen } 7,5 / \text{sen } 40,4 \cdot \cos 7,5 -$$

$$\cos 40,4 \cdot \text{tg } 23,43 = 0,417$$

$$A = 22,6 = D.$$

Existe un error de una décima lo cual es totalmente admisible. Queda demostrado la validez del método, así como su simplicidad. Solo requiere el conocimiento de la declinación del Sol del día de la ejecución. Es prudente huir de las fechas cercanas a los equinoccios en que la declinación varía a lo largo del día y donde una interpolación lineal nos dará una declinación aproximada. Así valiéndonos de unos pequeños útiles podemos conseguir el valor angular de la declinación gnomónica del muro, para posteriormente aplicarla en las fórmulas que determinan la construcción del cuadrante.

(*) Este valor puede cotejarse mediante la fórmula del coseno:

$$\text{sen } h = \text{sen } j \text{ sen } d + \cos j \cos d \cos H;$$

siendo $H = 7,51$ y sustituyendo:

$$\text{sen } h = \text{sen } 40,4 \cdot \text{sen } 23,43 + \cos 40,4 \cdot \cos 23,43 \cdot \cos 7,51 = 0,25 + 0,60 = 0,95 \quad h = 71,81^\circ$$

L.H. □

RESEÑAS DE PUBLICACIONES

Título:	RÖMISCHE SONNENUHREN
Autor:	Karlheinz Schaldach
Signatura	ISBN 3-8171-1537-7 kart.
Tamaño	A 5 (14,5 x 21 cm.)
Páginas	123
Edición	Verlag Harri Deutsch
Imprime	ROSCH, Buch Druckerei GmbH
Prologo	Introducción del Autor.
Idioma	Alemán
Precio	-----

El subtítulo del presente libro es: *Eine Einführung in die Antike Gnomonik*, o sea *Una introducción a la Gnomónica Antigua*.

En su contraportada se indica que este libro tiene en cuenta los últimos avances de la investigación en este campo, y ofrece una rápida perspectiva de la historia de los diversos tipos de relojes romanos, así como de los fundamentos científicos necesarios para comprender el funcionamiento de estos antiguos cuadrantes. Con numerosos ejemplos se desarrollan las teorías y los procedimientos de cálculo matemático.

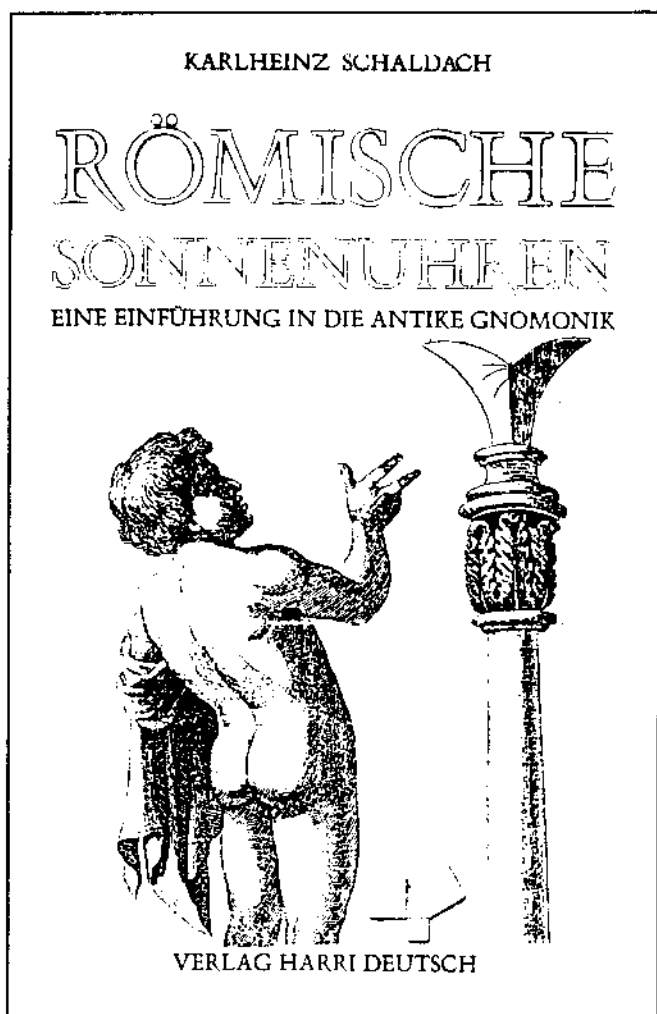


Fig.1

PORTADA

Presenta una amplia visión de la gnomónica de horas temporarias, en el ámbito del Imperio Romano, y expone y desarrolla los fundamentos y teoría, tanto de los relojes fijos como de los principales tipos de portátiles.

Entre las novedades que aparecen en el libro, se describe un nuevo tipo de reloj de viaje, *Horologium Viatorum* que había permanecido más de un siglo en el Museo del Este, en Padua, sin que hasta ahora nadie hubiese reconocido a este pequeño artefacto como un reloj, (A. Arnaldi)

Este descubrimiento aclara el origen de este tipo de reloj, que se atribuía de forma inconcreta a los árabes, retrotrayendo así su origen a la época romana

A continuación se expone el Índice del libro.

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	I
1. Teil: Grundlagen	5
1.1 Gnomon, Sonnenuhr, Gnomonik	5
1.2 Die scheinbare Himmelskugel	6
1.3 Die scheinbare Bewegung der Sonne	8
1.4 Die astronomischen Koordinatensysteme	9
1.5 Die Stunden	11
1.6 Der Meridianschnitt	13
1.7 Polhöhe und Ortsbreitenwinkel	14
2. Teil: Zur Geschichte	17
2.1 Wie die Sonnenuhr erfunden wurde	17
2.2 Die "Sonnenuhr" des Achaas	20
2.3 Altgriechische Zeitmessung	23
2.4 Frühe Sonnenuhren in Rom	25
2.5 Die Verbreitung der Sonnenuhren im römischen Reich	27
3. Teil: Sonnenuhrentypen	29
3.1 Die Sonnenuhren bei Vitruv	29
3.2 Zur Sonnenuhrenschrift des Cetus Faventinus	34
3.3 Das Pelecinum bei Cetus Faventinus	32
3.4 Das Hemicyclum bei Cetus Faventinus	34
3.5 Die Klassifizierung der Sonnenuhren nach Gibbs	39
3.6 Die tragbaren Sonnenuhren	40
3.7 Hinweise auf weitere Typen	47
4. Teil: Zur Analyse	53
4.1 Mögliche Methoden der Fertigung	53
4.2 Das Analemma des Vitruv	56
4.3 Der Menaeus	58
4.4 Zur Umsetzung des Analemmas	60
4.5 Fehler im System: Schiefe und Ortsbreite	61
4.6 Individuelle Fehler	66
4.7 Analyse einer Sonnenuhr	67
5. Teil: Beispiele	71
5.1 Die Horizontalsonnenuhr in Wiesbaden	71
5.2 Das Solarium des Augustus	78
5.3 Die Hohlkugel-sonnenuhr in Neuss	94
5.4 Das Berliner Hemicyclum	101
5.5 Die Kegel-sonnenuhr im Museum für Technikgeschichte in Kassel	109
5.6 Die Reiseuhr in Mainz	114

En este artículo se presenta un método gráfico que permite pasar con sencillez desde el trazado del reloj ecuatorial a un declinante vertical. Se basa en establecer una afinidad (transformación geométrica) entre el cuadrado definido por el ecuatorial y el paralelogramo correspondiente al declinante. Entendemos que es la primera vez que se manifiesta explícitamente esta transformación y se utiliza para el trazado gráfico de un reloj declinante mediante la sencilla construcción geométrica que se expone. M.L.

DEL CUADRANTE ECUATORIAL AL DECLINANTE

M. LOMBARDERO

Si consideramos el haz de planos horarios, cuyo eje es una recta paralela al eje celeste, que forman entre sí ángulos iguales (15°) y lo seccionamos por dos planos dados, las trazas intersección del haz con cada uno de los planos define las líneas horarias sobre cada uno de los mismos. Estas figuras son evidentemente afines, siendo el eje de afinidad la línea intersección de estos dos planos dados. (vid. "Aplicaciones de la Afinidad al trazado de las líneas horarias", Analema 7 página 5) Si uno de estos planos es perpendicular al eje, plano ecuatorial, las líneas horarias forman entre sí ángulos iguales, de 15° , y su trazado es inmediato.

Por consiguiente todos los relojes planos pueden deducirse directamente del reloj ecuatorial, sin más que determinar dos puntos homólogos y la línea intersección de su plano con el plano del ecuador.

Aplicaremos esta consecuencia al trazado de un reloj declinante, para una latitud y una declinación dadas, partiendo del cuadrado definido por el reloj ecuatorial. (Fig. 1)

En las siguientes figuras se aprecia como se obtiene el reloj declinante, tomando como eje de afinidad la vertical, intersección con la línea de las XII horas, y como puntos correspondientes afines A y A'. La posición del punto A' queda definida mediante las dos magnitudes lineales m y n que se calculan como se indica:

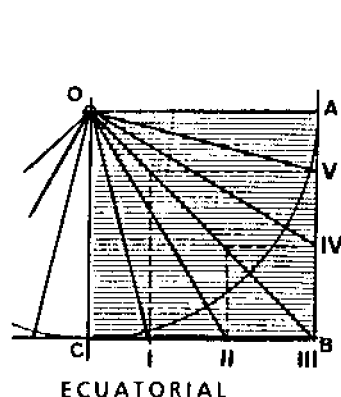
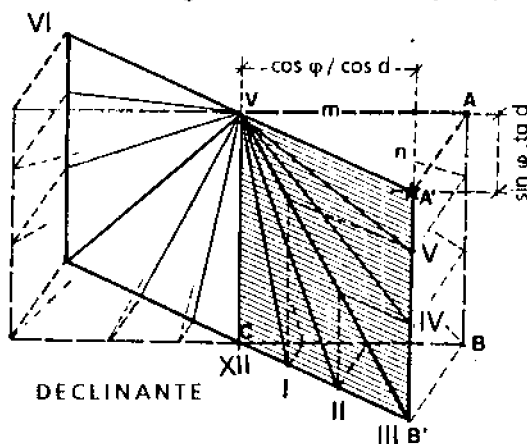


FIG. 1



φ = latitud geográfica
 d = declinación del muro
 σ = ángulo del estilo con la subestilar
 μ = ángulo de la subestilar con la vertical (XII)
 $m = \cos \varphi / \cos d$
 $n = \sin \varphi \cdot \operatorname{tg} d$

Para determinar m y n trazamos las dos líneas VD y VF, que definen los ángulos d y φ y llevamos VD y AD sobre la recta VF. La vertical por D' y la horizontal por D''' nos determinan con gran sencillez el punto A', que permite transformar por afinidad el cuadrado VABC en el paralelogramo VA'B'C'. (Fig. 2)

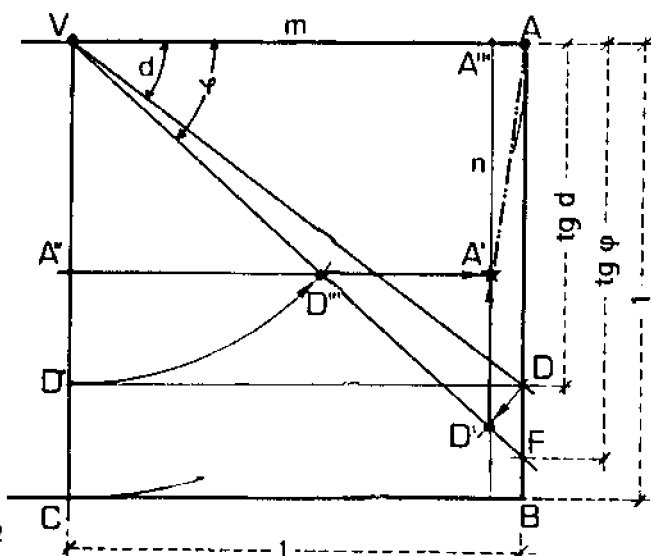


FIG. 2

JUSTIFICACIÓN

$$\begin{aligned} VD &= 1 / \cos d \\ VD' &= VD \\ VA''' &= \cos \varphi / \cos d \\ VA''' &= m \\ VD''' &= VD' = AD \\ VD''' &= \operatorname{tg} d \\ A'''A' &= VD''' \sin \varphi \\ A'''A' &= \operatorname{tg} d \cdot \sin \varphi \\ A'''A' &= n \end{aligned}$$

Una vez determinadas las constantes de la afinidad: el eje afín, que es la vertical o línea de las XII horas, y la correspondencia entre dos puntos homólogos (A y A') es muy sencillo transformar el cuadrado del reloj ecuatorial en el paralelogramo equivalente. Recordemos que la transformación afín conserva el paralelismo y la proporcionalidad de las series de puntos en las rectas homólogas, (aunque no conserva los ángulos), por lo que la figura que se obtiene será la que se muestra seguidamente (Fig 3)

Las rectas horarias, en el ecuatorial, dividen la recta AB en partes proporcionales a las tangentes de los ángulos de 15° , 30° y 45° , como es bien sabido. Estas mismas divisiones se conservan en la recta homóloga A'B', por lo que el trazado de las rectas horarias del declinante es inmediato.

El resto de las líneas horarias se obtiene de la misma manera, aunque en la figura se ha preferido utilizar la propiedad de que si dos líneas son paralelas en la figura origen, también lo serán en la transformada afín.

No creemos que sea necesario indicar como se han hallado las líneas de la segunda mitad del cuadrante.

El ejemplo indicado corresponde a un reloj declinante situado en un lugar $\varphi = 42^\circ$ de latitud y con una declinación $d = 38,65^\circ$ SE.

Si la declinación fuese SW, se debería trazar la figura simétrica con respecto al eje vertical, o sea el punto A' estaría situado a la izquierda del eje (-m en lugar de m). Se ha supuesto que el reloj está trazado en la cara orientada al Sur, como es usual en nuestras latitudes

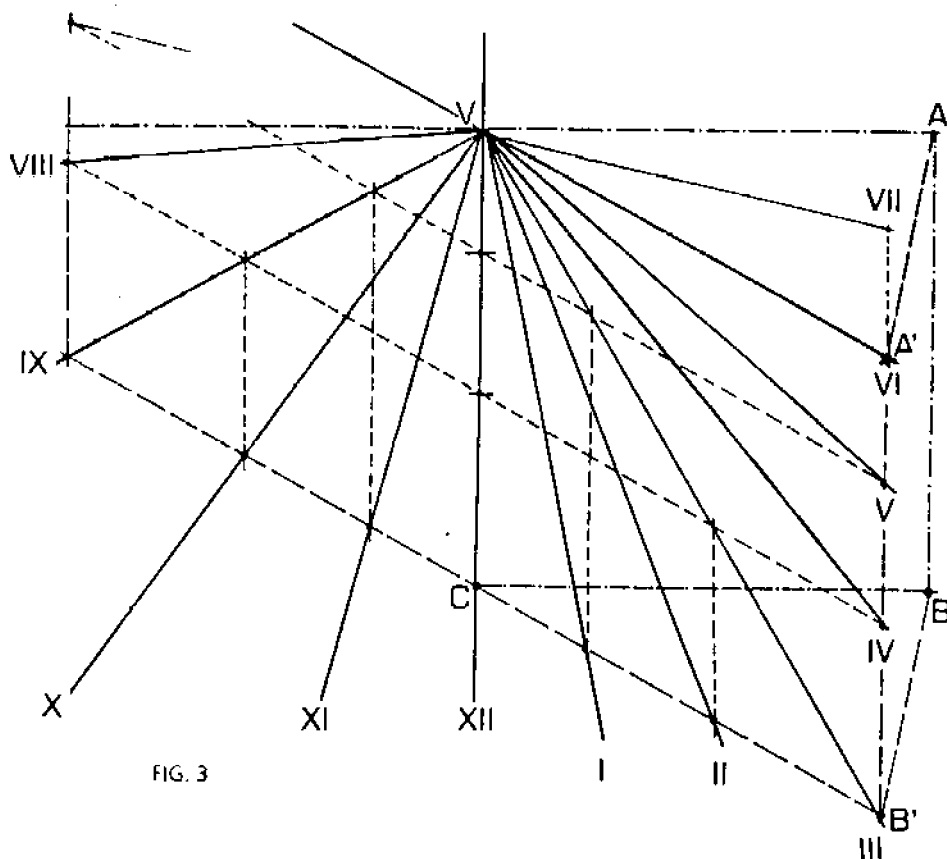


FIG. 3

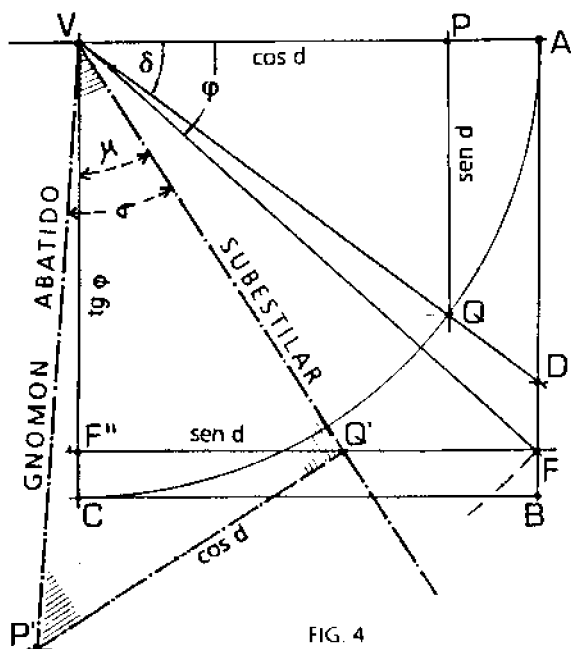


FIG. 4

La colocación y el ángulo del estilo también se hallan con facilidad por medio de una construcción gráfica, que se indica en la siguiente figura, en la que se materializan las conocidas fórmulas con las que se obtiene el ángulo μ de la líneas subestilar con la línea vertical de las XII horas:

$$\operatorname{tg} \mu = \sin d / \operatorname{tg} \varphi$$

y el ángulo σ que forman el estilo y la subestilar

$$\operatorname{sen} \sigma = \cos d \cdot \cos \varphi$$

En la figura se muestra el triángulo gnomónico abatido sobre el plano del cuadrante

$$PQ = F'Q' = \sin d$$

$$VP = P'Q' = \cos d$$

$$VF'' = AF = \operatorname{tg} \varphi$$

$$VP' = VF = 1 / \cos \varphi$$

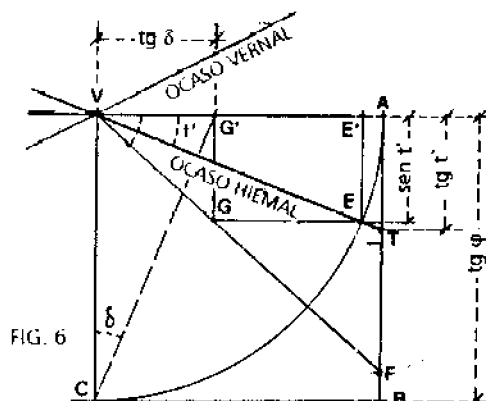
A diferencia de los relojes horizontales y ecuatoriales los relojes verticales, sean o no declinantes, no están iluminados desde el orto hasta el ocaso del sol, ni, en su cara sur, pueden marcar las horas por encima de la horizontal que pasa por el punto de inserción (V) de su gnomon.

El campo de iluminación depende de dos parámetros: la orientación del cuadrantes y la hora de orto y ocaso del sol. Este campo se reduce en los relojes muy declinantes. Cuando la declinación (δ) es cercana a 90° , la iluminación se restringe a las horas de la mañana, o de la tarde, según su orientación.

El ángulo horario del orto/ocaso medido a partir de la línea de las XII se expresa por la conocida fórmula: $\cos t = \pm \operatorname{tg} \delta \cdot \operatorname{tg} \varphi$. Si t se mide desde la horizontal de las VI horas, en el ecuatorial, las expresión será: $\operatorname{sen} t' = \pm \operatorname{tg} \delta \cdot \operatorname{tg} \varphi$ según se trate del orto o del ocaso. Para delimitar el campo de iluminación solo son necesarios los valores máximos, o sea en los solsticios, cuando $\delta = 23,44^\circ$ y $\operatorname{tg} \delta = 0,433$.

Las fórmulas anteriores permiten la sencilla construcción gráfica que se expone seguidamente;

t = ángulo horario
 t' = ángulo complementario de t
 α = ángulo de las asíntotas de la hipérbola solsticial con la subestilar
 α' = ángulo complementario de α



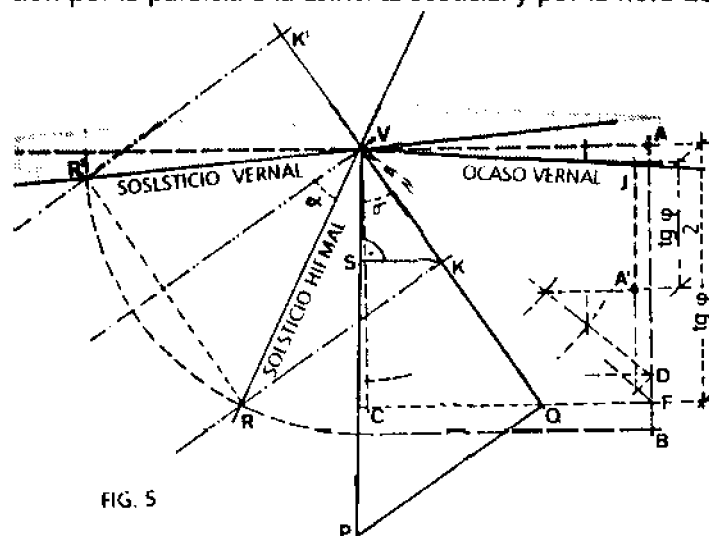
JUSTIFICACIÓN

$$\begin{aligned} VG' &= \operatorname{tg} \delta = 0,433 \\ \angle AVF &= \varphi \\ G'E &= E'E = \operatorname{tg} \delta \cdot \operatorname{tg} \varphi \\ E'E &= \operatorname{sen} t' \\ \operatorname{sen} t' &= \operatorname{tg} \delta \cdot \operatorname{tg} \varphi \\ \operatorname{sen} t' &= 0,433 \operatorname{tg} \varphi \\ &\text{aproximadamente:} \\ \operatorname{tg} t' &\approx 0,5 \operatorname{tg} \varphi \end{aligned}$$

Teniendo en cuenta que el momento real de la salida o puesta del sol es poco preciso, por venir afectadas las fórmulas anteriores por correcciones debidas a la elevación del horizonte sensible, refracción, diámetro del disco solar, y otras causas, bastará utilizar la fórmula aproximada siguiente, que simplifica substancialmente el trazado de la hora solsticial del ocaso: $\operatorname{tg} t' \approx 0,5 \operatorname{tg} \varphi$, que se reduce a llevar verticalmente hacia arriba y abajo la magnitud lineal $AF/2$ desde el punto A' y unir estos puntos con V .

Para determinar las horas de insolación correspondientes a la orientación del plano, lo más sencillo es trazar por el punto V dos rectas paralelas a las asíntotas de la hipérbola solsticial. Para ello se tendrá en cuenta que la fórmula que define este ángulo α es: $\cos \alpha = \sin \delta / \cos \sigma$ donde δ es la declinación solar y σ el ángulo formado por la subestilar y la línea de las XII. Naturalmente, también en este caso deberemos utilizar los valores extremos de δ , es decir, en los solsticios ($\operatorname{sen} \delta = 0,398 \approx 0,4$).

La construcción gráfica que se indica a continuación permite determinar el ángulo α' y dibujar las líneas límites de insolación en invierno y verano. En la figura dibujada se ha marcado este límite, en la parte izquierda y el correspondiente a la hora del ocaso estival en la derecha, delimitando así el campo de iluminación por la paralela a la asíntota solsticial y por la hora del ocaso que quedan por debajo de la horizontal.



JUSTIFICACIÓN

VQ es la subestilar y VP el gnomon abatido σ es el ángulo entre la subestilar y el gnomon. Se toma $VS = \operatorname{sen} \delta$ ($\operatorname{sen} 23,44 = 0,4$) sobre la recta VP y se traza la perpendicular a la misma SK .

$$VS = \operatorname{sen} \delta = 0,4 \quad VK = 0,4 / \cos \sigma$$

Se trazan las rectas perpendiculares a la subestilar KR y $K'R'$. Su intersección con el círculo de radio unidad determina las direcciones asíntóticas RV y $R'V$, que forman con la perpendicular a la subestilar el ángulo α' . $\square$

ANTONIO DE VICENTE continúa desarrollando su método de cálculo vectorial, donde son fundamentales los denominados "Coeficientes trigonométricos de posición" (c.t.p.) que son funciones de la latitud y de la inclinación y declinación del plano del reloj. Todas las fórmulas vectoriales y algebraicas son función de los mismos y del ángulo horario y declinación del Sol.

CAPITULO III

C) BASE DEL RELOJ Y D) ESTILO.C) BASE DEL RELOJ

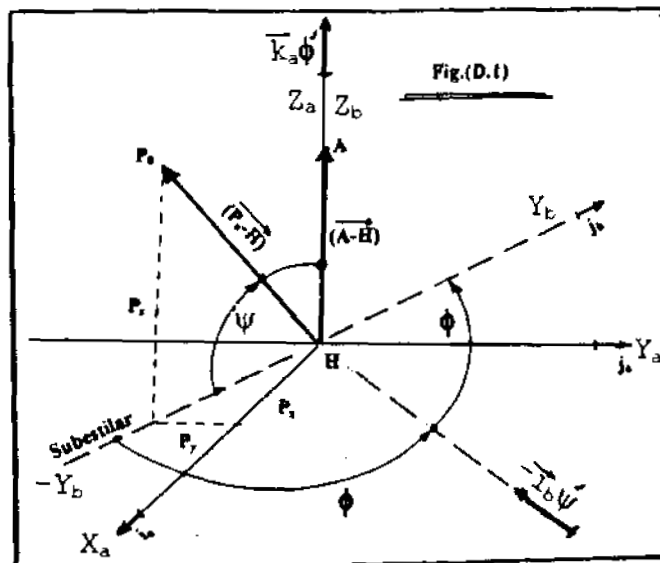
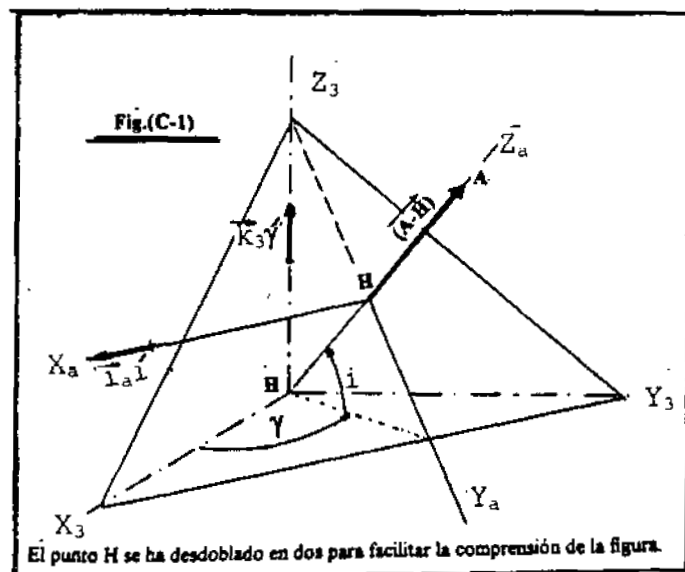
En el Capítulo I se ha definido como Plano Base del Reloj, el Plano (A) ó $Z_a=0$ del Triedro (A), expresado por su versor $(\overline{A-H})$, mediante los ángulos "i" (inclinación) y "γ" (codeclinación), o bien el ángulo $\gamma_1 = \gamma - 90^\circ$ (declinación). En el Triedro (B) o en el (A) se tiene, Fig.(C-1), por definición que

$$(C.1) \quad (\overline{A-H})_b = (\overline{A-H})_a = \overline{k}_b = \overline{k}_a$$

En el Triedro (2) según las fórmulas (B.4.2), toma la expresión

$$(C.2) \quad (\overline{A-H})_2 = \overline{i}_2 d - \overline{j}_2 c + \overline{k}_2 f \quad \text{Y en el Triedro (3) la (C.2) con } \alpha=90^\circ$$

(Por ejm. Ecuación del Plano Horizontal. Triedro (3) $i=\gamma=\alpha=90^\circ$
 $c=0; d=0; f=1 \quad (\overline{A-H})_3 = \overline{k}_3$).

D) ESTILO

El Estilo es un versor situado en cualquier Triedro de un punto geográfico H (α_h, λ_h), cuyo origen es H y extremo P , por donde pasa el "Rayo Solar", que incide sobre el Plano Base, en el punto P, origen de este estudio. Viene dado por la ecuación

$$(D.1) \quad (\overline{P_0-H}) = \overline{i}P_x + \overline{j}P_y + \overline{k}P_z$$

También se expresa en los Triedros (A) y (B) a través de los ángulos ϕ y ψ (el definido por el eje Y_aH y la subestilar Y_bH y el que forma con el Plano Base) tal como se indicó en el Capítulo I.

Se deduce de estas condiciones que: El Estilo a aplicar en cada caso, es función del "c.t.p)" "f"

a₁₂) Cálculo de ϕ y ψ Figs (D.1), (D-2) y (D-3)

Se hallan respectivamente mediante las fórmulas ya citadas (D.2) y (D.3) donde, por definición, $\phi = \phi_a$ y $\psi = \psi_0 < 90^\circ$, ángulo que forma el Plano (A) con el versor $\vec{k}_2$ caso de $f > 0$; ó bien el $\psi = 180^\circ + \psi_0$ correspondiente al que el Plano (A) forma con el versor $\vec{k}_2$ si $f < 0$, siendo $(\vec{A}-\vec{H}) = \vec{k}_a = \vec{i}_2 d - \vec{j}_2 c + \vec{k}_2 f$ según B.4.2); es decir,

$$(D.2.1) \quad \text{tg} \phi = \text{tg} \phi_a = -P_{xa}/P_{ya} = -h/j$$

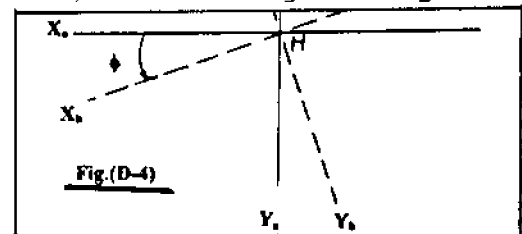
$$(D.3.1.1) \quad \text{sen} \psi = \text{sen} \psi_0 = P_{za} = f \quad \text{ó} \quad (D.3.1.2) \quad \text{sen} \psi = \text{sen}(180^\circ + \psi_0) = -\text{sen} \psi_0 = -P_{za} = -f$$

Los "c.t.p" determinantes del Estilo paralelo al Eje Terrestre son los "h, j, f"

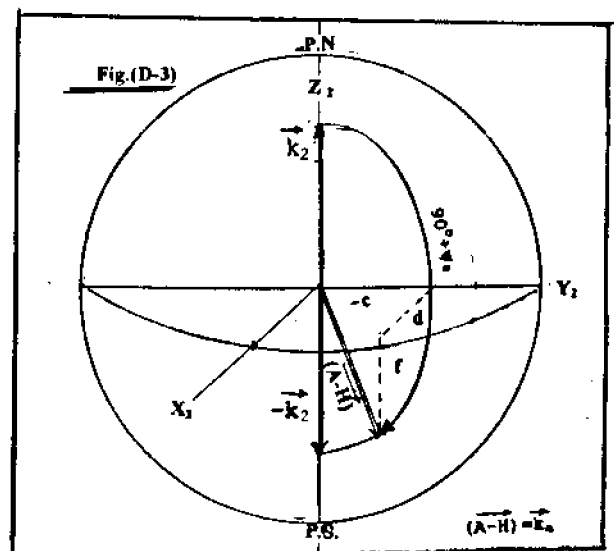
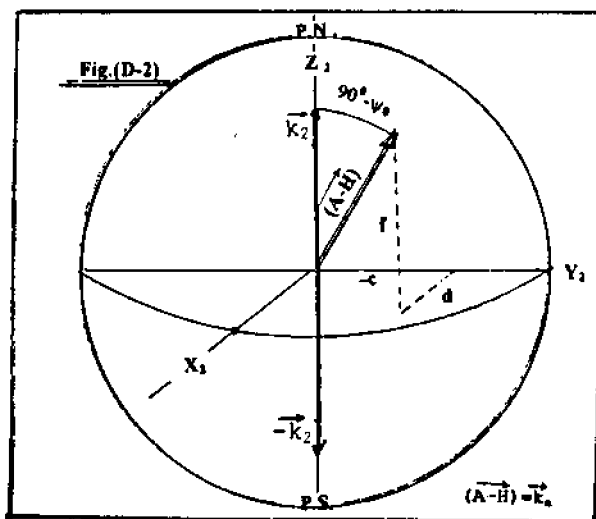
- A₂) Triedro (B)a₂₁) Determinación del Estilo

Las ecuaciones del Estilo se hallan, proyectando los versores del Triedro (A), dados por las fórmulas (B.4.1) y (B.4.1.1) sobre el Triedro (B), según el siguiente cambio de ejes :Fig. (D-4)

$$(D.4) \quad \begin{cases} \vec{i}_a = \vec{i}_b \cos \phi - \vec{j}_b \text{sen} \phi \\ \vec{j}_a = \vec{i}_b \text{sen} \phi + \vec{j}_b \cos \phi \\ \vec{k}_a = \vec{k}_b \end{cases}$$



Así se obtienen las expresiones de los versores $\vec{k}_2$ y $-\vec{k}_2$ en el Triedro (B), en función de los "c.t.p" "h, j, k" y del ángulo ϕ :



Las figuras (D-2) y (D-3) indican la representación del versor del Plano (A) sobre la Esfera Terrestre.

$$(D.1.2.1) \quad (\overline{P_0-H})_b = \overline{k}_2 = -\overline{i}_b(j\sin\phi + h\cos\phi) + \overline{j}_b(h\sin\phi - j\cos\phi) + \overline{k}_b f \quad (\text{con } f > 0)$$

$$(D.1.2.2) \quad (\overline{P_0-H})_b = -\overline{k}_2 = \overline{i}_b(j\sin\phi + h\cos\phi) - \overline{j}_b(h\sin\phi - j\cos\phi) - \overline{k}_b f \quad (\text{con } f < 0)$$

$$(D.1.2.3) \quad (\overline{P_0-H})_b = \overline{k}_2 = \pm \overline{i}_b(j\sin\phi + h\cos\phi) \mp \overline{j}_b(h\sin\phi - j\cos\phi) \quad (\text{con } f = 0)$$

-a₂₂) Cálculo de ϕ y ψ

La aplicación de (D.2) es inmediata. Si $\phi = \phi_a$ ($\tan\phi_a = -h/j$), el eje Y_bH , ahora subestilar del Eje Terrestre, es el de simetría del reloj. La fórmula (D.3.2), correspondiente al ángulo ψ es igual a la (D.3.1), así como su discusión y el Triedro pasa a ser el (B₀), y las fórmulas del Estilo se transforman en las siguientes; (teniendo en cuenta la igualdad (B.5) $h^2 + j^2 + f^2 = 1$)

$$(D.1.3.1) \quad (\overline{P_0-H})_b = \overline{k}_2 = -\overline{j}_b(1-f^2)^{1/2} + \overline{k}_b f \quad (\text{con } f > 0)$$

$$(D.1.3.2) \quad (\overline{P_0-H})_b = -\overline{k}_2 = \overline{j}_b(1-f^2)^{1/2} - \overline{k}_b f \quad (\text{con } f < 0)$$

$$(D.1.3.3) \quad (\overline{P_0-H})_b = \overline{k}_2 = \mp \overline{j}_b \quad (\text{con } f = 0)$$

El Estilo en el Triedro (B), el grupo "c.t.p" lo forman, como en el anterior, los "h, j, f" y el correspondiente al Triedro (B₀) solamente el "f"

- B) Estilo normal al Plano Base

Su ecuación en los Triedros (A) y (B) es:

$$(D.1.4.1) \quad (\overline{P_0-H})_a = (\overline{P_0-H})_b = \overline{k}_a = \overline{k}_b$$

Es decir la misma que la del versor (A-H) del Plano Base; por tanto en el Triedro (2), se tiene,

$$(D.1.4.2) \text{ o (C.2) } (\overline{P_0-H})_2 = (\overline{A-H})_2 = \overline{i}_2 d - \overline{j}_2 c + \overline{k}_2 f$$

y en el Triedro (3), la fórmula anterior con $\alpha = 90^\circ$

El ángulo ϕ , aplicando la fórmula (D.2), viene dado por:

$$(D.2.2) \quad \tan\phi = -P_{Xa}/P_{Ya} = 0/0$$

Se toma normalmente el valor $\phi = \phi_a$ por ser el eje Y_bH el de simetría del reloj, con las ventajas que ello representa. El ángulo ψ es, por definición de 90°

El grupo de "c.t.p" correspondiente a este Estilo aparece solamente en los Triedros (2) y (3), formado por los "c, d, f"

A. de Vicente

POSICIONES GEOGRÁFICAS DE LAS CAPITALES DE PROVINCIA

	CAPITAL	LUGAR	LATITUD ° ' "	LONGITUD m s	ALTITUD metros	
1	ALBACETE	Torre Iglesia S. Juan	38 59 44	7 25,9 W	686	1
2	ALICANTE	Torre Iglesia S. Nicolás	38 20 43	1 56,3 W	7	2
3	ALMERÍA	Torre de la Catedral	36 50 18	9 52,7 W	17	3
4	AVILA	Torre de la Catedral	40 39 21	18 47,9 W	1.131	4
5	BADAJOS	Torre del Castillo	38 52 55	27 52,7 W	209	5
6	BARCELONA	Torre de la Catedral	41 23 3	- 8 41,9 E	12	6
7	BILBAO	Torre de la Catedral	43 15 26	11 42,2 W	6	7
8	BURGOS	Torre Norte de la Catedral	42 20 25	14 49,6 W	861	8
9	CÁCERES	Torre Iglesia S. Mateo	39 28 23	25 29,5 W	459	9
10	CADIZ	Torre de Iavira	36 31 55	25, 11,9 W	14	10
11	CASTELLÓN	Catedral. Torre Sta. María	39 50 10	- 0 09,5 E	29	11
12	CIUDAD REAL	Torre de las Catedral	38 59 12	15 44,0 W	626	12
13	CÓRDOBA	Torre de la Catedral	37 52 46	19 17,8 W	106	13
14	CORUÑA, LA	Torre Iglesia Sto. Domingo	43 22 12	33 34,3 W	26	14
15	CUENCA	Torre Mangana	40 4 35	8 32,0 W	1.001	15
16	GERONA	Torre de la Catedral	41 59 14	- 11 17,7 E	98	16
17	GRANADA	Torre de la Catedral	37 10 35	14 24,4 W	685	17
18	GUADALAJARA	Catedral. Torre Sta. María M.	40 38 4	12 39,5 W	685	18
19	HUELVA	Torre Iglesia S. Pedro	37 15 36	27 42,5 W	26	19
20	HUESCA	Torre de la Catedral	42 8 26	1 38,5 W	488	20
21	JAÉN	Torre de la Catedral	37 45 54	15 10,2 W	574	21
22	LEÓN	Torre alta de la Catedral	42 35 57	12 15,6 W	838	22
23	LÉRIDA	Torre de la Catedral vieja	41 37 3	- 2 29,9 E	222	23
24	LOGROÑO	Torre Sta. M ^a la Redonda	42 28 0	9 47,4 W	384	24
25	LUGO	Torre vieja de la Catedral	43 0 34	30 14,4 W	454	25
26	MADRID	Observatorio Astronómico	40 24 30	14 45,5 W	655	26
27	MÁLAGA	Torre de la Catedral	36 43 13	17 41,2 W	8	27
28	MURCIA	Torre de la Catedral	37 59 4	4 31,3 W	42	28
29	ORENSE	Torre de la Catedral	42 20 11	31 27,7 W	139	29
30	OVIEDO	Torre de la Catedral	43 21 44	23 33,0 W	232	30
31	PALENCIA	Torre Iglesia S. Miguel	42 0 28	18 08,8 W	734	31
32	PALMA de M.	Baluart Sta. Margarita	39 34 32	- 10 36,0 E	33	32
33	PALMAS, LAS	Torre de la Catedral	28 5 58	61 39,7 W	13	33
34	PAMPLONA	Torre norte de la Catedral	42 49 11	3 25,5 W	449	34
35	PONTEVEDRA	Torre Iglesia de Sta. María	42 26 1	34 35,9 W	20	35
36	SALAMANCA	Torre de la Catedral	40 57 38	22 40,5 W	803	36
37	SAN SEBASTIÁN	Torre de la Catedral	43 19 1	7 56,1 W	8	37
38	STA. CRUZ de TFE.	Torre Ig. de la Concepción	28 27 47	64 67,9 W	5	38
39	SANTANDER	Torre Ig. de la Anunciación	43 27 47	15 13,8 W	15	39
40	SEGOVIA	Torre de la Catedral	40 57 0	16 30,7 W	1.002	40
41	SEVILLA	Giralda. Torre de la Catedral	37 23 10	23 58,7 W	10	41
42	SORIA	Señal Paseo del Morón	41 46 6	9 52,5 W	1.064	42
43	TARRAGONA	Torre de la Catedral	41 7 9	- 5 01,5 E	69	43
44	TERUEL	Torre Iglesia S. Martín	40 20 39	4 26,7 W	913	44
45	TOLEDO	Torre de la Catedral	39 51 26	13 24,7 W	512	45
46	VALENCIA	Miguelete. Catedral	39 28 31	1 30,7 W	16	46
47	VALLADOLID	Torre de la Catedral	41 39 8	18 54,0 W	692	47
48	VITORIA	Torre de la Catedral	42 51 1	10 02,0 W	550	48
49	ZAMORA	Torre de la Catedral	41 29 56	23 01,6 W	649	49
50	ZARAGOZA	Torre Iglesia de El Pilar	41 39 24	3 31,6 W	200	50

NOTA: Las latitudes están expresadas en grados, minutos y segundos. Las longitudes en tiempo, minutos y segundos

