

ANALEMA

BOLETIN DE LA ASOCIACIÓN DE
AMIGOS DE LOS RELOJES DE SOL

SUMARIO

2 DATOS ASOCIACIÓN	Editor
3 GNOMÓNICA VECTORIAL Cap. VII	A. De Vicente
6 GNOMÓNICA VECTORIAL Cap. VIII	A. De Vicente
13 VERTICALES DE HORAS TEMPORARIAS CON ANGULOS HORARIOS IGUALES	Manuel M ^a Valdés
18 RELOJ HORIZONTAL UNIVERSAL	Luis Hidalgo y Manuel M ^a Valdés
20 CUADRANTE VETUSTISSIMUS	M. Milenio
27 DECLINACIÓN MAGNETICA PARA EL AÑO 2001	Editor

La Asociación de Amigos de los Relojes de Sol fue creada en Abril de 1988. Figura en el Registro de Asociaciones con la referencia N-18685. Su Junta Directiva está formada actualmente por: LUIS HIDALGO VELAYOS, Presidente; JACINTO DEL BUEY PÉREZ, Vicepresidente; MANUEL LOMBARDERO SOTO, Secretario General; ANTONIO DE VICENTE CANDEIRA, Tesorero; JESÚS DE LA CALLE MONTES, M. ÁNGEL HACAR BENITEZ, MANUEL MARÍA VALDÉS CARRACEDO, BALTASAR SOTERA ELÍAS, Vocales; JUAN JOSÉ CAURCEL MORAN, ANTONIO ANGULO ALVAREZ, JAVIER MORENO BORES, Asesores. y socios de honor, Don José Luís Basanta Campos y Don Rafael Soler Gayá.

La Asociación constituye una entidad no lucrativa cuyos fines son el desarrollo y fomento de las investigaciones y estudios sobre temas históricos, geográficos y matemáticos relacionados con la difusión de los conocimientos relativos al cálculo, trazado, construcción, revisión y emplazamiento de Relojes de Sol y otros instrumentos astronómicos análogos.

Para el cumplimiento de estos fines se celebran reuniones periódicas, se mantiene contacto con otras Asociaciones o Entidades semejantes y se publica un Boletín Informativo cuatrimestral denominado ANALEMA. Ofrece a sus asociados los siguientes servicios:

- Información bibliográfica. Fondo con más de dos mil entradas referentes a Gnomónica
- Cálculo y trazado de cuadrantes y relojes solares, a petición de sus asociados o de cualquier entidad pública o privada.
- Reseña de libros y tratados de Gnomónica.
- Traducción y revisión de artículos de revistas o boletines o publicaciones sobre estos temas.
- Asesoramiento para la construcción o reparación de relojes solares o instrumentos semejantes.
- Comprobación y datación de cuadrantes antiguos.

Estos servicios son prestados por la Asociación a título gratuito - o en casos especiales a coste estricto - a las personas o asociaciones que así lo soliciten y sean presentadas por algún socio. En todo caso los servicios de asesoramiento son totalmente gratuitos para las entidades culturales.

Para obtener la condición de Asociado es necesario, de acuerdo con los Estatutos, la presentación por dos Socios de la persona interesada, y su admisión por la Junta de Gobierno. La cuantía de su aportación, en concepto de cuota anual, es fijada libremente por el propio interesado, pudiendo ser nula si este así lo desea. No obstante, para recibir el presente Boletín y el resto de las publicaciones de la Asociación, deberá aportar una cuota mínima equivalente a los gastos de envío.

Los artículos o notas publicados en este Boletín pueden ser reproducidos y utilizados, citando su procedencia y previa comunicación a esta Asociación. Se exceptúan los casos en los que expresamente se indique la existencia de derechos de autor o cualquier otro impedimento legal.

La Asociación de Amigos de los Relojes de Sol no se hace responsable del contenido o interpretación de los escritos, gráficos, tablas, ni de cualquier otra información contenida en los Boletines ni en ninguna de sus publicaciones colectivas. Agradece cualquier tipo de crítica, comentario, discusión o reseña de los mismos, que será transmitida al autor del escrito y publicada en el Boletín si, a juicio, de la junta, su interés o generalidad lo hiciese conveniente.

Se reserva el derecho de adaptar, resumir o editar, con el conocimiento previo del autor, los originales recibidos para su publicación. Su extensión no deberá exceder de cinco folios, salvo que su contenido, por su interés y continuidad aconseje publicarlos en varios números sucesivos o en forma de opúsculo o separata del Boletín.

Continuando con su Tratado de Gnomónica vectorial A. de Vicente resuelve el cálculo del Acimut y la Altura Solar sobre cualquier plano, haciendo coincidir el Triedro (3) con el (2) (obligando a que la latitud $\alpha = 90^\circ$). Con ello se consigue que el "Vector Horario" se transforme en el "Vector Acimut-Altura", con las variables anteriores, que son equivalentes a la Declinación Solar y Angulo Horario.

GNOMÓNICA VECTORIAL Capítulo VII

A de Vicente

H) CALCULO DE LA ALTURA SOLAR Y DEL AZIMUT

Tomando como base el Triedro (3), se definen como "Altura Solar" θ y "Azimut", β respectivamente, el ángulo entre el plano horizontal y el Rayo Solar y el medido sobre dicho plano, con origen el eje HY_3 y la componente horizontal del citado rayo.

El "Rayo Solar" en este triedro y en función de las nuevas variables, es el:

(H.1) $-\vec{r}_1 = \vec{i}_2 U_3 + \vec{j}_2 V_3 + \vec{k}_2 W_3$ cuyos coeficientes, según se deduce, Fig. (H-1) tienen los valores dados por (H.2), con las nuevas variables mientras que en función de las usadas hasta ahora, "Angulo Horario" y "Declinación", son las (H.3) Fig. (H-2)

$$\begin{array}{ll} \text{(H.2)} & \begin{array}{l} U_3 = \cos \theta \sin \beta \\ V_3 = \cos \theta \cos \beta \\ W_3 = -\sin \theta \end{array} \\ \text{(H.3)} & \begin{array}{l} U_2 = -\cos \delta \cos \varphi = U_3 \text{ con } \alpha = 90^\circ \\ V_2 = \cos \delta \sin \varphi = V_3 \text{ " " " " } \\ W_2 = -\sin \delta = W_3 \text{ " " " " } \end{array} \end{array}$$

Comparando estos dos grupos de coeficientes, se llega a la siguiente conclusión. Ambos definen el "Rayo Solar" con distintas variables donde son equivalentes respectivamente δ con θ y φ con $\beta + 90^\circ$ y ello se verifica si el Triedro (3) se confunde con el Triedro (2) es decir, que $\alpha = 90^\circ$ Fig. (H-2) y (H-3)

En el Triedro (A) el "Rayo Solar" $-\vec{r}_1$ pasando por la cabeza de un Estilo cualquiera, P_0 incide en el Plano Base ($Z_0 = 0$) en el punto P y genera el "Vector A.A" (ó "Vector Altura Acimut") ($P-H$), que es similar al "Vector Horario", y cuyo cálculo se ha realizado en el Capítulo IV. Difiere del anterior en:

- 1º) define el mismo punto P del "Vector Horario", con distintas variables
- 2º) que en los "c.t.p" el valor de $\alpha = 90^\circ$ (Consecuentemente el "c.t.p" $h = 0$)
- 3º) que es independiente del día del año.
- 4º) la "Altura Solar" θ viene expresada en una escala lineal graduada, y en oposición a δ varía durante el día entre $0^\circ < \theta < 90^\circ - \alpha + 23^\circ 27'$ función de la latitud del punto geográfico H, base del reloj, (Max. 90°)

En consecuencia, se repite en este Capítulo lo dicho en el ya citado IV, al que se hará referencia, bajo las condiciones ya indicadas

Por tanto y evitando reiterar su cálculo, el "Vector A.A" tiene la ecuación:

$$\text{(H.4)} \quad (\overline{P_0 - H})_a = \frac{-B_a \sin \beta + A_a \cos \beta + H_a \operatorname{tg} \theta}{-d \sin \beta + c \cos \beta + f \operatorname{tg} \theta} + \frac{-N_a \sin \beta + M_a \cos \beta + J_a \operatorname{tg} \theta}{-d \sin \beta + c \cos \beta + f \operatorname{tg} \theta}$$

Por ejmp con Estilo cualquiera, los coeficientes, según (E.6.5), son $B_a = -mP_{za} + dP_{xa}$;

$A_a = nP_{za} + cP_{xa}$; $N_a = dP_{ya} + aP_{za}$; $M_a = cP_{ya} - bP_{za}$; $H_a = fP_{xa}$ y $J_a = fP_{ya} + jP_{za}$

De modo similar a lo estudiado en el ya citado Capítulo, el punto P está limitado por las extremas "Líneas de Altura" ("Cónicas de Insolación"), y por la "Línea del Horizonte", que en este caso no varía, al no ser sus "c.t.p": "a", "n" y "d" función de la latitud α . En el Triedro (A), con el Estilo Paralelo al Eje Terrestre y con el normal Plano Base, sus ordenadas son respectivamente las siguientes:

$$(E.13.1) \text{ ó } (H.6.1) \quad y_{hb} = n/d \quad \text{y} \quad (E.13.2) \text{ ó } (H.6.2) \quad y_{hb} = a/d$$

Partiendo del "Vector A.A" se deducen analíticamente las propiedades del punto P eliminando ó el "Angulo Azimutal" β ó la "Altura Solar" θ , entre sus componentes. Se calculan a continuación:

-1º) Líneas de Altura

Equivalentes a las "Líneas de Insolación", forman el haz lugar geométrico del punto P al variar β y por tanto, función de θ , los "c.t.p" y las variables X e Y y cuya ecuación algébrica es, con un Estilo cualquiera;

$$(E.7.1) \text{ ó } (H.7) \quad (mx_a - ay_a - mP_{xa} + aP_{ya} - dP_{za})^2 \tan^2 \theta + (nx_a - by_a - nP_{xa} + bP_{ya} + cP_{za})^2 \tan^2 \theta = (jy_a - jP_{ya} + fP_{za})^2$$

El tipo de cónica está expresado por la fórmula;

$$(E.8.1) \text{ ó } (H.8) \quad \cos^2 \theta = f^2 \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Elipse} \\ \text{Parábola} \\ \text{Hipérbola} \end{array} \right. \quad (\text{cambiando } \delta \text{ por } \theta)$$

Ejemp. -1º) "Línea de "Altura" con Estilo Normal al "Plano Base" ($P_{xa} = P_{ya} = 0$; $P_{za} = 1$)

$$(E.7.1.2) \text{ ó } (H.7.1) \quad \tan^2 \theta x_a^2 - (j^2 - \tan^2 \theta) y_a^2 - 2j f y_a \tan^2 \theta + \tan^2 \theta = 0$$

Ejemp.- 2º): Si $f=0$, caso del Plano Polar, para que exista Estilo se obliga a que el punto P_0 no está situado sobre el Plano (A). Ello se consigue con un Estilo cualquiera, que por comodidad se elige el Normal al Plano Base. En el Triedro (B_0) y con las citadas fórmulas (E.6.4), se tiene:

$$(E.7.1.5) \text{ ó } (H.7.2) \quad \tan^2 \theta x_b^2 - y_b^2 + \tan^2 \theta = 0 \quad \text{y como } \cos^2 \theta > 0 \text{ las "Líneas de A" son Hipérbolas}$$

-2º) Haz Azimutal

Similar al "Haz Horario", toma la expresión siguiente al eliminar θ en el "Vector A.A"

$$(E.10) \text{ ó } (H.9) \quad y_a = \frac{f R_a - J_a T}{f S_a - H_a T} x_a + \frac{C_a}{f S_a - H_a T} \quad \text{donde los valores de estas expresiones son:}$$

$$(H.9.0.1) \quad R_a = -N_a \sin \beta + M_a \cos \beta \quad (H.9.0.3) \quad T = -d \sin \beta + c \cos \beta$$

$$(H.9.0.2) \quad S_a = -B_a \sin \beta + A_a \cos \beta \quad (H.9.0.4) \quad C_a = -(B_a J_a - N_a H_a) \sin \beta + (A_a J_a - M_a H_a) \cos \beta$$

Si el Estilo es paralelo al Eje T. (E.6.6) $A_a = a$, etc. (Ver (E.6.6) y $C_a = 0$)

Si el Estilo es normal al Plano (E.6.8) $A_a = n$ etc. (Ver (E.6.8) y $C_a = -c \sin \beta - d \cos \beta$)

Ejemp. Haz Azimutal con el Estilo normal al Plano:

$$(E.10.1) \text{ ó } (H.9.1) \quad (n \tan \beta - m) x_a - (b \tan \beta - a) y_a + c \tan \beta + d = 0 \quad \text{y su Polo } H_0 :$$

$$(H.9.1.2) \quad x_0 = h/f = 0 ; \quad y_0 = j/f = 1/\tan \beta$$

Discusión

- 2.1) Si $H_a = J_a = 0$ El Estilo es paralelo al Eje Terrestre. Y el polo del Haz H_0 es H

$$\text{Ejemp. (E.10.2.1) ó (H.9.2)} \quad y_a = R_a / S_a \quad x_a = -\tan(\beta + \gamma) x / \sin i$$

- 2.2.) Si $f = 0$ Caso del Plano Polar. Al ser $f = h = 0$; se tiene que $j = 1$ Fórmula (B.5)

Ejmp.. Con Estilo normal al Plano
(E.10.3.1) ó (H.10) $x_a = C_a / J_a T = 1 / \operatorname{tg}(\beta + \gamma)$ (Haz paralelo al eje $Y_a H$)

Se omite, salvo casos como los de los ejemplos anteriores, el expresar las fórmulas gomónicas en función de las variables "i" y "γ".

CONCLUSIÓN

Mediante el artificio de considerar que $\alpha = 90^\circ$, sin tener en cuenta la latitud real del punto geográfico H donde se encuentra el plano base, y situarlo en el Polo, tanto la "Altura Solar" como el "Azimut" son función de la inclinación " i " y de la codeclinación " γ ". Como consecuencia, por ejp., el Estilo Paralelo al Eje Terrestre pasa a ser el Normal al Plano Horizontal de cualquier punto H

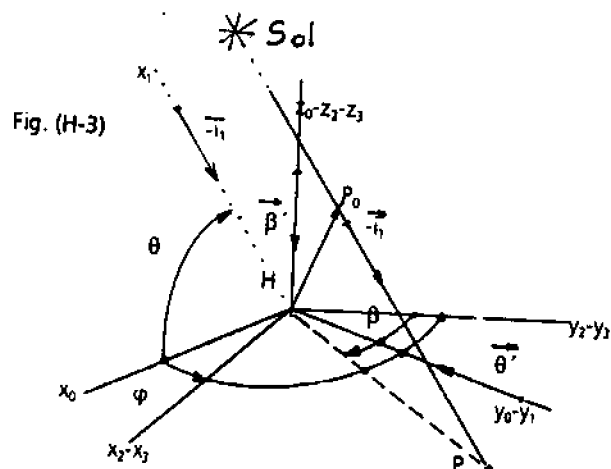
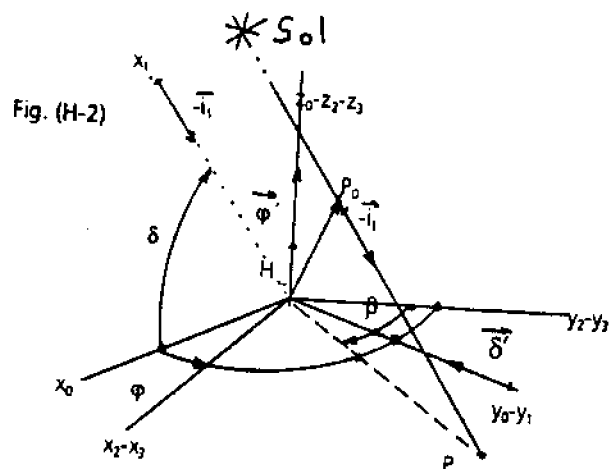
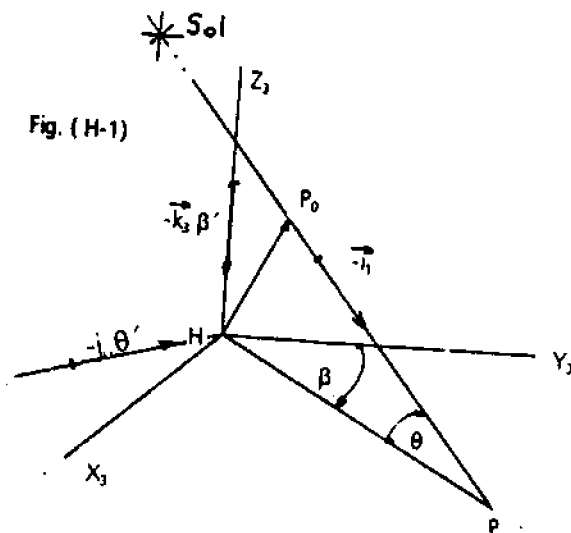
Se recuerda que los valores de los "c.t.p" son los siguientes, en función de la latitud (α) inclinación (i) y codeclinación (γ), del plano del reloj $Z_4 = 0$ en el punto geográfico H (y ahora con $\alpha = 90^\circ$)

$$\begin{aligned} a &= -\operatorname{sen} i \cos \gamma & b &= -\operatorname{sen} \alpha \operatorname{sen} i \operatorname{sen} \gamma + \cos \alpha \cos i & m &= \operatorname{sen} \gamma & n &= -\operatorname{sen} \alpha \cos \gamma \\ h &= -\cos \alpha \cos \gamma & j &= \cos \alpha \operatorname{sen} i \operatorname{sen} \gamma + \operatorname{sen} \alpha \cos i & c &= -\operatorname{sen} \alpha \cos i \operatorname{sen} \gamma - \cos \alpha \operatorname{sen} i \\ d &= \cos i \cos \gamma & f &= -\cos \alpha \cos i \operatorname{sen} \gamma + \operatorname{sen} \alpha \operatorname{sen} i \end{aligned}$$

Si el Estilo es Paralelo al Eje Terrestre, y $f > 0$ se tiene ; $P_{x0} = -h$; $P_{y0} = -j$ y $P_{z0} = f$
 " " " " " " " " y $f < 0$ " " ; $P_{x0} = h$; $P_{y0} = j$ y $P_{z0} = -f$

Fe de errores :ANALEMA 26, página 20 Fórmula (G.9) Cambiar ϕ por ϕ

Para mejor comprensión de las figuras, se supone que el Polo H_0 del Haz Acimutal, coincide con el origen H de los Triedros.



En este capítulo se desarrolla la teoría de la iluminación de cualquier plano y el tiempo que tarda el disco solar en atravesarlo; como consecuencia, el tiempo que sobre un punto P de dicho plano existe sombra

Capítulo VIII - HORARIO DE ILUMINACIÓN

A. de Vicente

A continuación se calcula el tiempo de iluminación de un plano dado. Siendo según los capítulos anteriores, $(\overline{S-H})_a = \overline{i_2}$ el "Rayo Solar", $\overline{K_a} = (\overline{A-H})$ el versor del plano (A) y ω el ángulo entre ambos; para que haya iluminación se ha de cumplir con las dos siguientes condiciones: Fig. (J-1)

-1º) Que el Sol se encuentre sobre el plano del horizonte, del punto geográfico H es decir que la componente $\overline{k_3}$ del versor $(\overline{S-H})$ sea negativa

$$(J.1) \quad W_3 < 0 \quad (\text{valores de } i = \gamma = 90^\circ \text{ en los "c.t.p"}) \quad \text{ó sea: } (J.1.1) \quad \text{sen } \varphi > \text{tg } \alpha_h \text{ tg } \delta$$

y como consecuencia el Orto y Ocaso solar se producen con: (J.1.2) $\text{sen } \varphi_{\alpha\omega} = \text{tg } \alpha_h \text{ tg } \delta$ con los ángulos horarios respectivamente φ_{α} y φ_{ω}

-2º) Que el Sol se halle sobre el plano (A) y de modo similar al caso anterior, que la componente $\overline{k_a}$ de $(\overline{S-H})_a$ sea negativa

$$(J.2) \quad W_a = (\overline{S-H})_a \times \overline{K_a} = \cos \omega = -(\text{csen } \varphi + \text{dcos } \varphi + \text{ftg } \delta) \cos \delta < 0 \quad \text{ó } (J.2.1.) \quad \omega > 90^\circ$$

Como consecuencia, el Orto y el Ocaso en dicho plano, se producen con el valor de $\omega = 90^\circ$ es decir, con las soluciones φ_{α} y φ_{ω}

$$(J.2.2) \quad (\text{csen } \varphi_{\alpha\omega} + \text{dcos } \varphi_{\alpha\omega} + \text{ftg } \delta) = 0$$

Dado que el tiempo de iluminación t_0 es el mismo en planos paralelos, independientemente de que se cumpla (J.1), para facilitar el cálculo se estudia el plano horizontal (A_h) en el punto geográfico K en lugar del plano (A) correspondiente al H. teniendo en cuenta que:

0-1º) En planos paralelos el versor del Plano Base $(\overline{A-H})_{H_a} = (\overline{A-K})_{K_a} = (\overline{A-O})_2 = \overline{K}_{H_a}$ etc. es el mismo para todos y como su expresión en el Triedro (2) es $\overline{K_a} = \overline{i_2} d \overline{j_2} c + \overline{k_2} f$ (B.4.2), se deduce que su componente sobre el Eje Terrestre $\overline{k_2}$ es decir, $f_h = f_k = C^{te}$ Fig. (J-2), independientemente de la diferencia de longitud φ_{hk} entre los puntos geográficos H y K.

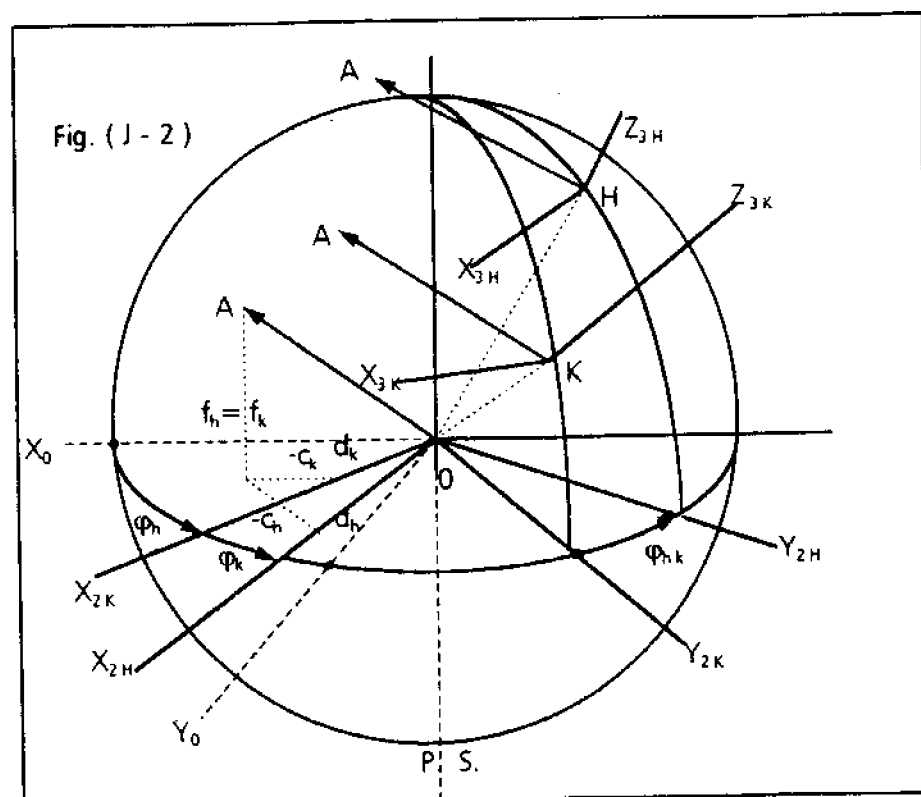
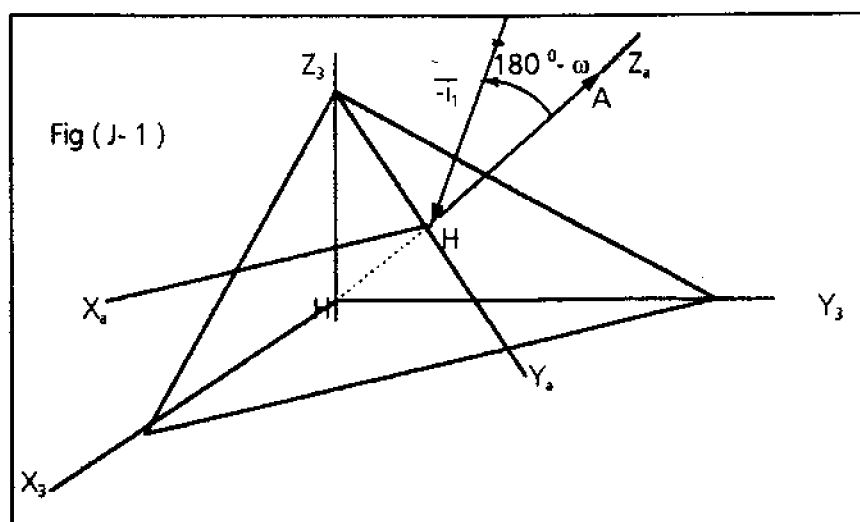
-2º) En el plano horizontal (A_h) se verifica que $f_k = f_h = \text{sen } \alpha_k$ y por tanto que $c_k = -\cos \alpha_k = -(1-f_h^2)^{1/2}$ y $d_k = 0$;

-3º) Si en dichos planos se necesitara conocer la diferencia de longitudes $\varphi_{hk} = \lambda_h - \lambda_k$ dado que:

$$(J.3) \quad d_k = c_h \text{ sen } \varphi_{hk} + d_h \text{ cos } \varphi_{hk} \quad \text{Fig. (J-2)}; \text{ siendo } d_k = 0 \text{ se llega a:}$$

$$(J.3.1) \quad \text{tg } \varphi_{hk} = -d_h / c_h; \text{ y si el origen de longitudes fuere H, } (J.3.2) \quad \text{tg } \lambda_k = d_h / c_h$$

(Un estudio en profundidad sobre la Teoría de los Planos Paralelos se desarrolla en el Capítulo XIII (N))



Teniendo en cuenta lo indicado anteriormente, la ecuación (J.2.2) se convierte en la :

$$(J.2.3) \quad c_k \sin \varphi_{\alpha\omega} + f_h \operatorname{tg} \delta = 0 ; \text{ ó } (J.2.4) \quad \sin \varphi_{\alpha\omega} = -f_h \operatorname{tg} \delta / c_k = f_h \operatorname{tg} \delta (1 - f_h^2)^{-1/2} = \operatorname{tg} \alpha_k \operatorname{tg} \delta$$

y donde $\alpha + \omega = 180^\circ$. Consiguientemente el tiempo de iluminación de un plano queda expresado por :

$$(J.4.1) \quad t_0 = t_\omega - t_\alpha = (\varphi_\omega - \varphi_\alpha) / 15 \text{ horas}$$

Discusión

Partiendo de (J.2.4) $\sin \varphi_{\alpha\omega} = \operatorname{tg} \alpha_k \operatorname{tg} \delta$ se tiene:

-1º) Si $\sin \varphi_{\alpha\omega} > 0$ φ_α (Orto) $>$ φ_ω (Ocaso) Fig. (J - 3)

-2º) Si $\sin \varphi_{\alpha\omega} < 0$ φ_α (Orto) $<$ φ_ω (Ocaso) Fig. (J - 4)

Teniendo en cuenta que plano horizontal debe estar iluminado, según (J.1.2), el plano (A) tiene su Orto con el mayor " Angulo Horario " entre el φ_α y el $\varphi_{h\alpha}$ y el Ocaso , con el menor valor entre el φ_ω y el $\varphi_{h\omega}$

Tiempo que tarda el disco solar en atravesar un plano determinado

El Sol no es un elemento puntual, por lo cual, en su movimiento aparente, su disco tarda un tiempo t_0 en atravesar un plano cualquiera (A) ó su centro (C) en recorrer una distancia en la dirección normal al plano, igual al diámetro solar, cualquiera que sea su trayectoria . Ese tiempo queda expresado por $t_0 = t_2 - t_1$ donde estos últimos son respectivamente los correspondientes a las posiciones (1) y (2) donde el disco es tangente a (A) . Fig. (J - 5)

El cálculo de t_2 y t_1 es el siguiente, partiendo de los siguientes

Datos

-1º) El plano (A) está dado en el Triedro (A) por $Z_a = 0$

-2º) El tiempo t_0 buscado es el mismo en planos paralelos; para facilitar el cálculo se toma el horizontal (A_k) en el p. g. K, y por tanto $f_h = f_k = \sin \alpha_k$ y $c_k = -\cos(1 - f_k^2)^{1/2} = -\cos \alpha_k$ siendo en este caso : $W_a = -c_k \sin \varphi \cos \delta - f_h \sin \delta$

-4º) Distancia media Sol - Tierra : $d_0 = 149,5 \times 10^6$ Km ; Diámetro Solar $D = 1,4 \times 10^6$ Km

-5º) Posición (1). Momento en el cual, el centro Solar (C) se encuentra a la distancia $D/2$ del plano (A) Fig. (J - 5), de donde

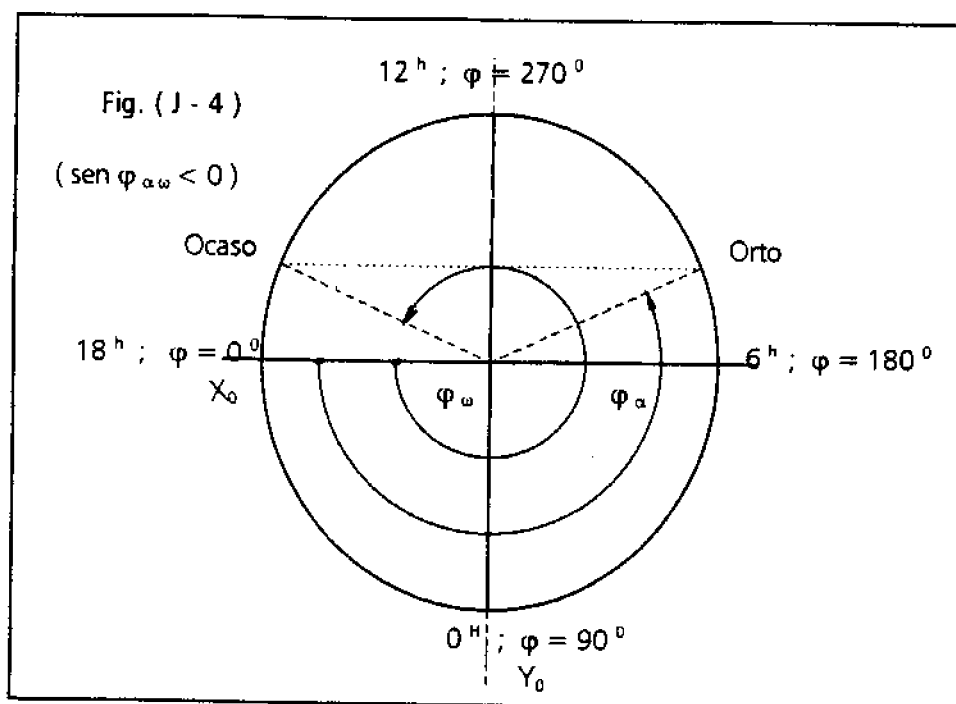
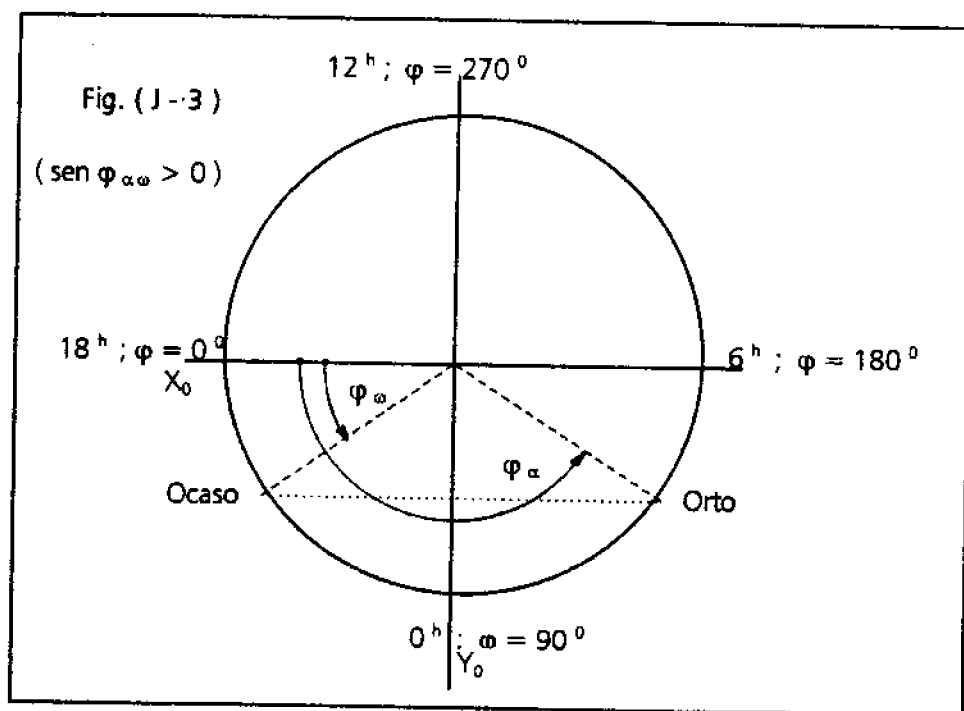
$$(J.5.1) \quad W_{a1} = D/2 d_0$$

-6º) Posición (2) Con razonamiento similar al punto anterior se tiene:

$$(J.5.2) \quad W_{a2} = -D/2 d_0$$

-7º) Desarrollando las fórmulas anteriores se llega a :

$$(J.5.3) \quad \sin \varphi_1 = \left[\frac{D}{2d_0 \cos \delta} + f_h \operatorname{tg} \delta \right] \frac{1}{(1 - f_h^2)^{1/2}}$$



$$(J.5.4) \quad \sin \varphi_2 = \left[\frac{-D}{2d_0 \cos \delta} + f_h \operatorname{tg} \delta \right] \frac{1}{(1 - f_h^2)^{1/2}}$$

Resolviendo estas ecuaciones en φ_1 y φ_2 el tiempo buscado es (J.4.2) $t_0 = (\varphi_2 - \varphi_1) / 15$

Tiempo que la sombra del disco solar correspondiente a un reloj dado, se halla sobre un punto P de su "Vector Horario"

El proceso a seguir es el siguiente :

- 1º) Sea (A) el plano en H donde se halla el punto P definido por el "Vector Horario" en el instante t_h correspondiente al "Angulo Horario" φ_h ; se escoge por comodidad, el Estilo normal al plano.
- 2º) Como en el caso anterior, en el plano (A_k), paralelo al ya citado, y horizontal en el p.geográfico. K, el tiempo t_0 buscado es el mismo así como el "Vector Horario" pero con distintos "c.t.p" y siendo su "Angulo Horario"

$$(J.6) \text{ ó } (F.2.1) \quad \varphi_k = 15 t_h + \lambda_k + 90^\circ - E_c T_p / 4 - 15 N \text{ si } t_h \text{ es la hora oficial y } \lambda_h = 0$$

- 3º) En el (A_k) se halla el ángulo que su "Vector Horario" forma con el eje $X_a K$. Fig (J - 6).

$$(J.7) \text{ ó } (F.5.1) \quad \operatorname{tg} \mu_k = - \frac{f_0 \sin \varphi_k - c_0 \operatorname{tg} \delta}{\cos \varphi_k} \quad \text{donde } f_0 = \sin \alpha_k = f_h \text{ y } c_0 = -\cos \alpha_k$$

- 4º) El versor del plano (A_1), formado por el Estilo normal y su "Vector Horario" tiene como valor

$$(J.8) \quad (\overline{A_1 - K})_a = -\overline{i}_a \sin \mu_k + \overline{j}_a \cos \mu_k. \quad \text{Fig (J - 6) que pasándolo al Triedro (2) según las fórmulas (B.4.2) se llega a:}$$

$$(J.8.1) \quad (\overline{A_1 - K})_2 = -\overline{T}_2 \sin \mu_k + \overline{J}_2 f_0 \cos \mu_k + \overline{K}_2 c_0 \cos \mu_k$$

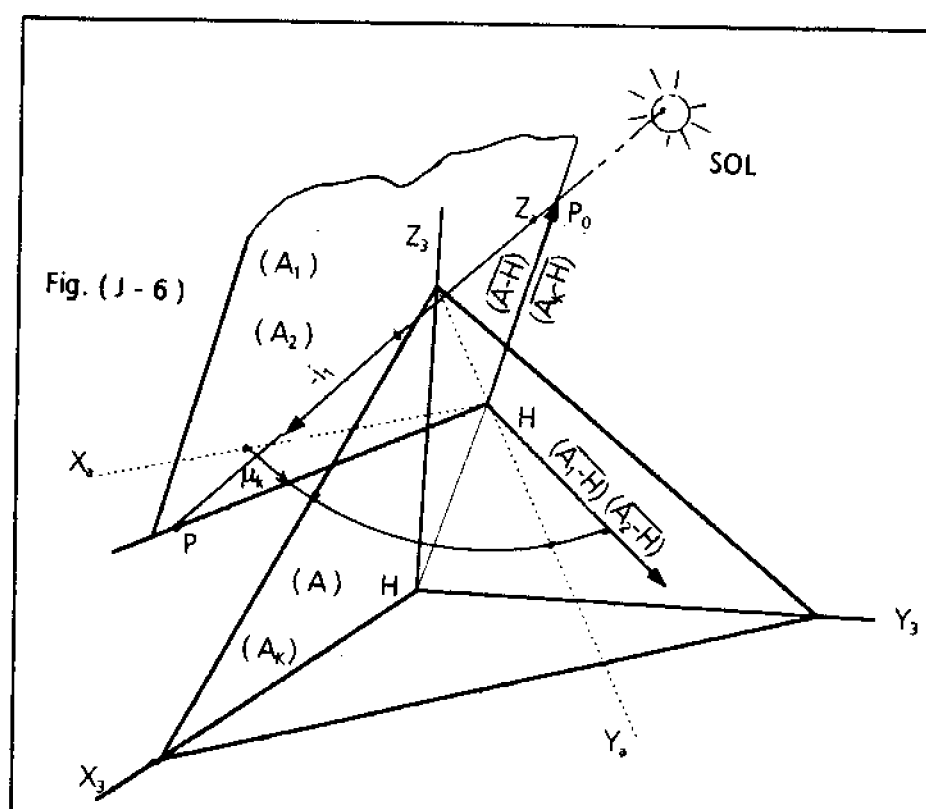
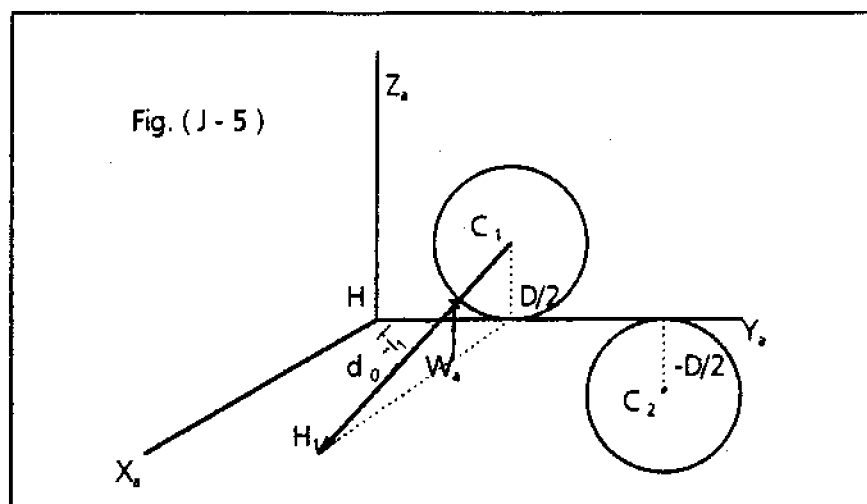
- 5º) El plano (A_2), paralelo al anterior y horizontal en el punto K_3 es el que debe atravesar el disco solar y se está en el caso estudiado en el punto anterior con el valor de $f_2 = c_0 \cos \mu$ y por tanto, aplicando las fórmulas estudiadas anteriormente (J.5.3) (J.5.4) se llega a :

$$(J.5.5) \quad \sin \varphi_1 = \left[\frac{D}{2d_0 \cos \delta} + c_0 \cos \mu_k \operatorname{tg} \delta \right] \frac{1}{(1 - c_0^2 \cos^2 \mu_k)^{1/2}}$$

$$(J.5.6) \quad \sin \varphi_2 = \left[\frac{-D}{2d_0 \cos \delta} + c_0 \cos \mu_k \operatorname{tg} \delta \right] \frac{1}{(1 - c_0^2 \cos^2 \mu_k)^{1/2}}$$

siendo el tiempo buscado : (J.4.3) $t_0 = (\varphi_2 - \varphi_1) / 15$ (tiempo en horas)

Discusión



-1º) Si $f_h = f_k = 1$; $\alpha_k = 90^\circ$ y $c_0 = \cos \alpha_k = 0$; El plano (A) es paralelo al ecuatorial y las fórmulas anteriores pasan a ser:

$$(J.5.5.1) \quad \sin \varphi_1 = \frac{D}{2d_0 \cos \delta} = C^{te}$$

El tiempo t_0 es C^{te} para cualquier punto P, y función de δ

$$(J.5.6.1) \quad \sin \varphi_2 = \frac{-D}{2d_0 \cos \delta} = -C^{te}$$

-2º) Supuesto que $f_h = f_k = 0$; $\alpha_k = 0^\circ$ y $c_0 = 1$ se está en el caso del Reloj Polar. Si además $\mu_k = 0$, los valores de las fórmulas de senos no serían válidas. Motivo: el plano (A₃) sería paralelo al Ecuador y el disco solar, que se mueve en la Esfera Celeste sobre un paralelo, no lo cortaría.

Ejemplo

Calcular el tiempo que la sombra del disco solar se encuentra sobre el punto P correspondiente a un reloj situado en el p. geográfico H (42,0°) con valores de los ángulos de inclinación y codeclinación, respectivamente $i = \gamma = 80^\circ$ el día 1º de septiembre a las 12^h hora oficial.

DATOS

$c = -0,846283$; $d = 0,0301537$; $f = 0,5318798$ (según (B.2))

$\delta = 8,341^\circ$; $\text{tg } \delta = 0,1466$; $\cos \delta = 0,9894$ (día 1º de Septiembre)

Ec.Tp. = 7^s = 0.117^m (día 1º de Septiembre)

$\lambda_k = \arctg (d / c) = -2,041^\circ$

$\varphi_k = 15 t_h + \lambda_k + 90^\circ - \text{Ec Tp} / 4 - 30^\circ = 237,93^\circ$ (si t_h es la hora oficial y $\lambda_H = 0$)

$\sin \varphi_k = -0,8474$; $\cos \varphi_k = -0,5310$; $\sin \alpha_k = f = f_0$; $\cos \alpha_k = -c_0 = 0,8468$ (según (F.4.1))

$\text{tg } \mu_k = -0,6151$; $\mu_k = 148,405^\circ$; $\cos \mu_k = -0,8518$ (según (F.5.1.))

Aplicando las fórmulas de senos (J.5.5) y (J.5.6) se obtienen los valores de

$\varphi_2 = -8,37^\circ$; $\varphi_1 = -9,17^\circ$ respectivamente, de donde se deduce el tiempo buscado :

$$(J.4.4) \quad t_0 = 3,2^m$$

Nota: El desarrollo de la fórmula (J.2.2) en función de la tg de δ es :

$$(J.2.2.1) \quad \text{tg } \varphi_{\text{oso}} = \frac{-cd \pm f \text{tg } \delta (1 - f^2 / \cos \delta)^{1/2}}{c^2 - f^2 \text{tg}^2 \delta}$$

antiguos relojes VERTICALES de HORAS TEMPORARIAS con ÁNGULOS HORARIOS IGUALES

Manuel M^a Valdés

RELOJES VERTICALES de ÁNGULOS IGUALES

Las civilizaciones egipcia, greco-romana y bizantina, que utilizaban como patrón de medida del tiempo civil las horas temporarias o desiguales¹, nos han legado algunos ejemplares de relojes verticales en los que las líneas horarias forman entre sí ángulos iguales y concurren en la base del gnomon. Hemos de suponer que los elementos que nos han llegado no son todos los que existieron de ese tipo de reloj, sino que son sólo una muestra, por lo que es razonable pensar que fue un tipo de reloj bastante frecuente.

Esta disposición de las líneas horarias implica una irregularidad gnomónica fácilmente explicable por el pequeño error cometido en regiones de latitud inferior a los 30° N.

EGIPCIO

Cuatro ejemplares poseemos:

El más antiguo² (fig.- 9) corresponde a la época de Menephtha (el último tercio del siglo XIII a.C.), fue encontrado en Palestina. Tallado sobre marfil, tiene un tamaño de 57 mm.



fig.- 9 excavaciones en Geser (Palestina) aprox. 1215 a.C.

Los otros tres (fig.- 1, 2, 3) muy semejantes entre sí; el primero (1.200 a.C.) está descrito en [AB] y fue encontrado en Luxor, el segundo se halla en el museo del Louvre; todos son de pequeño tamaño y plantean, junto con el de la fig.- 9 una pregunta ¿cómo se utilizaban?

Si son relojes de sol verticales (definición que parece fuera de duda), necesitan que su plano esté orientado en la dirección E-W para poder indicar la hora, sin embargo son piezas móviles que también parecen construidas para ser portadas como amuletos o insignias de la categoría del poseedor.

Ninguna instrucción de uso se ha conservado en la literatura egipcia. Podemos imaginar una manera de leer la hora:

- La orientación se conseguiría adosándolos a un elemento previamente orientado: por ejemplo la pared de un templo, edificio o monumento
- La verticalidad mediante una pequeña plomada

Pero esta hipótesis sólo es una conjetura más o menos plausible, pero discutible.

H = 140 mm
W = 160 mm

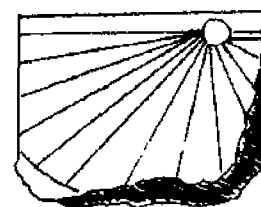


fig.-10
5009 en Gibbs Sharon

GRECO-ROMANOS

Más de 300 relojes de sol greco-romanos han llegado hasta nosotros. En [AH] se relacionan cerca de 260. Aquí citamos aquellos relojes fijos que tienen las líneas horarias formando entre sí ángulos iguales.

¹ Con este nombre se conoce la unidad de medida resultante de dividir el día natural (orto a ocaso) en doce partes iguales. Naturalmente resulta una unidad variable a lo largo del año según la duración del día

² según Borchardt [AA] página 48. Referencia a Stewart Macalister Excavations at Gezer 2,331 fig 456

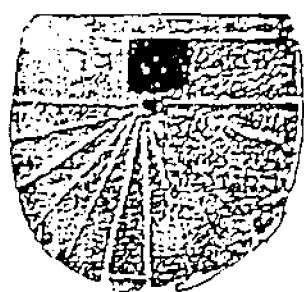


fig.- 1 reloj egipcio vertical
siglos I-II d.C
Museo de Berlin

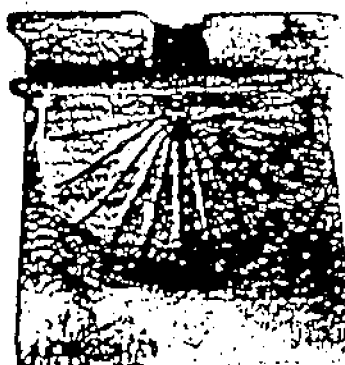


fig.- 2 reloj egipcio vertical
Museo del Louvre
aprox. 1.200 a.C.

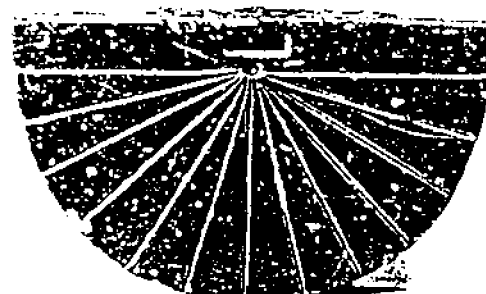


fig.- 3
Museo de Bruselas (según Karl Schwarzsinger)
Imperio Nuevo 1.570-1.075 a.C.

■ ■ ■ ■ ■



fig.- 4 reloj vertical en el museo de la Stoa de Attalos
S.003 en Sharon L. Gibbs
ágora griega

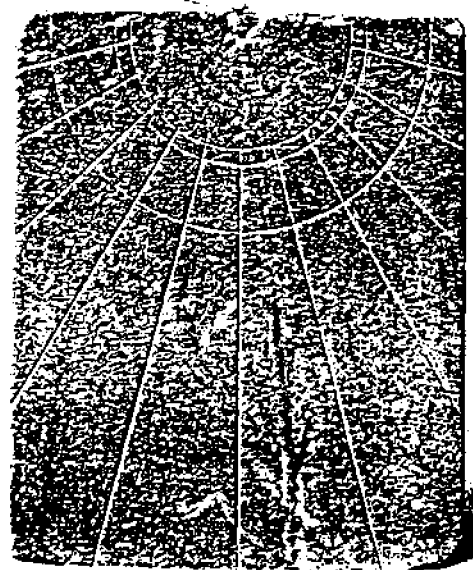


fig.- 5 Museo de Londres n° 2546
cara sur n° 5022G Gibbs Sharon

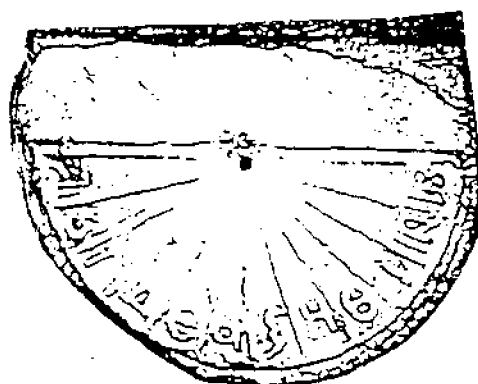


fig.- 6 reloj de sol en el museo de Tebas

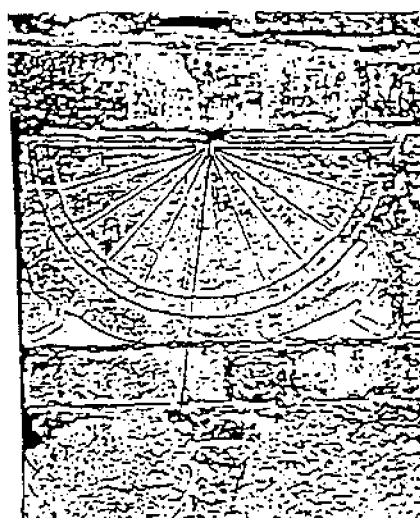


fig.- 7 reloj en Orchomenos (Grecia)
aprox 870

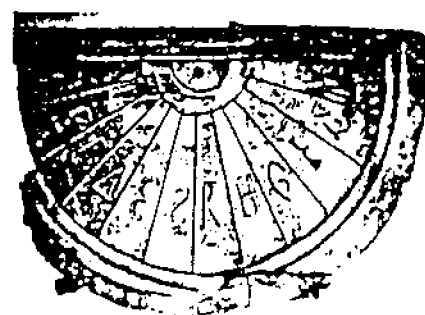


fig.- 8 Monasterio de Arbanitochori (Grecia)
aprox 880

En las figuras 4 ,5 ,10, 11 y 12 se recogen cinco, tomados cuatro de ellos del libro de Sharon L. Gibbs [AH]. Su origen es :

- una columna de la Stoa de Atalos (ágora griega Atenas),
- desconocido
- Delos (Grecia) ³,
- Palazzolo (conservado en el Museo Arqueológico Nacional de Siracusa (Italia).

En las ruinas de Halicarnaso⁴ se puede ver el reloj de la fig 12, que no puede ser fechado con precisión.

También el reloj del Odeon de Corinto (5004 G) ⁵ contenía haces de líneas que forman ángulos iguales entre sí.

H = 145 mm
W = 172 mm
D = 30 mm

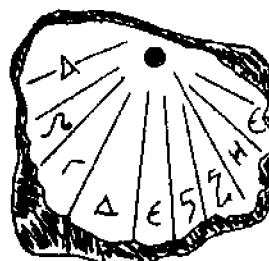


fig.-11
5018 G en Gibbs Sharon

Según Mills [AO], que cita a [AC] (pgs.- 171-175), en el lugar de Borcovicus en la muralla de Adriano se encontró un fragmento de reloj solar (hoy en el museo de Chester, cerca de Corbridge en Northumberland) que presenta ángulos iguales entre las líneas horarias. También R. J. R. Rohr [AU] describe un reloj semejante encontrado en Alsacia.

Estos tres últimos se han encontrado en latitudes que resultan poco aptas para su empleo. Por otro lado no tiene porque extrañarnos la aparición de estos restos arqueológicos en latitudes inadecuadas, si tenemos en cuenta la afición de los romanos a los largos viajes y sus desplazamientos dentro del Imperio.

Comprobamos, pues, que relojes de sol con las líneas horarias formando entre sí ángulos sensiblemente iguales, se siguen empleando en la cultura greco-romana. Hemos de anotar, sin embargo, que su número es corto (siete frente a más de trescientos) .

GRECO-BIZANTINOS

En las fig.- 6, 7 y 8 se representan relojes que se encuentran: uno en la iglesia de Panagia Kemis en Orchomenos (Scripos, Beocia, Grecia) , otro en el museo de Tebas (Grecia) y el último que procede de la Iglesia del Monasterio de San Jorge en Arbanitochori.

El primero tiene esculpidos dos pavos reales que, junto con el aspecto de los numerales, bien pueden indicar su relación con las tradiciones orientales de Bizancio. La construcción primitiva de la iglesia en cuya fachada se encuentra (y que fue destruida por un terremoto en 1.895), se data hacia el año 874, aunque una parte es anterior y su emplazamiento coincide con el de un templo dedicado a las Gracias, en un lugar con huellas humanas desde el neolítico. El segundo podría fecharse hacia 876/7 y estar relacionado con la iglesia de Gregorios Theologos en Tebas⁶.

Aparentemente los haces de líneas horarias de ambos (sólo 11 divisiones en el primero, con numeración hasta la hora 10) se cortan en un punto más bajo que el de inserción del gnomon. Esta disposición es la

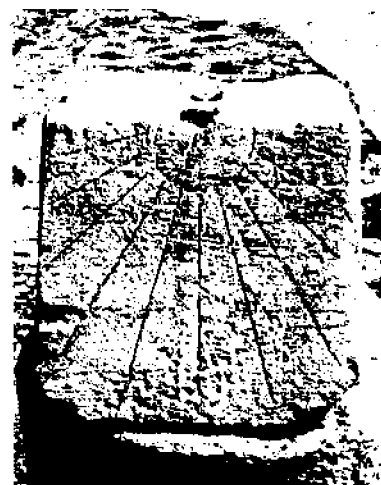


fig.-12 ruinas de Halicarnaso

³ Deonna página 194, fig 231 volumen 18:Le Mobilier Délien ,Exploration Archéologique de Délos Paris 1938

⁴ Antigua ciudad griega en Caria, situada en el golfo Cerameico. Bajo Mausolo (circa 370 a.C.) se efectuó una gran reorganización urbanística, a su muerte (353 / 352 a.C.) fue construida una gran tumba para este gobernante. Dominada por los sucesores de Alejandro cayó bajo la influencia romana en el 129 a.C..

El lugar, hoy ocupado por la moderna ciudad turca de Bodrum, está dominado por la mole del castillo de los Caballeros de San Juan.

⁵ Hoy perdido. Se encontraba en la fachada sur del Odeón (reconstruido en 175 por Herodes Ático). Este edificio sufrió numerosas destrucciones y sucesivas reconstrucciones para diversos usos. El reloj grabado en su fachada permite conjeturar su empleo en funciones religiosas en ciertos momentos

⁶ Según J. Strzygowski, citado por Herbert Rau y Karlheinz Schaldach en [AT] pag. 274

que aparece en los relojes ortodoxos ecuatoriales, en los que los ángulos horarios tienden a ser iguales en latitudes bajas.

En el monasterio de Hosios Lucas (aprox 950), cuyas dos iglesias están edificadas sobre el lugar que ocupaba un templo de Deméter aprovechando parte de los materiales de éste, también hay un reloj vertical de sol de ángulos iguales. Las horas se señalan con numerales árabes.

Según Zinner se encuentran también relojes semejantes en las iglesias armenias de:

- Zvartnots	641-661
- Thalin	783
- Geghard	1.100

H. Rau y K. Schaldach citan en [AT pg.- 273-4] los siguientes relojes antiguos (todos ellos de ángulos iguales) cuyas referencias se recogen en la Bibliografía:

- hallado en las ruinas romanas de Nicomedia (Museo Arqueológico de Estambul). [AN]
- hallado en una casa romana de Sarica Struga en la costa Dálmata. [AG]
- iglesia de Arakatz (siglo VI) [AX]

COMPARACIÓN con las LÍNEAS HORARIAS CORRECTAS

Para estimar el error cometido al sustituir el trazado ortodoxo por un haz de líneas que formen ángulos iguales entre sí, se ha superpuesto, en la fig.- 12, el dibujo de un reloj vertical calculado para la latitud 30° con el mencionado haz.

El punto de apoyo del gnomon se ha situado más bajo que el vértice del haz. Naturalmente la lectura de la hora no es preciso realizarla con la sombra del extremo del gnomon sino que puede hacerse de una forma mucho más cómoda con el trazo de sombra del gnomon. Este se sitúa en el vértice del haz.

Salvo en la hora primera, se puede considerar que no hay error apreciable. Incluso en esta hora primera la diferencia en la lectura es muy pequeña.

Al aumentar la latitud del lugar aparecen diferencias mucho más importantes.

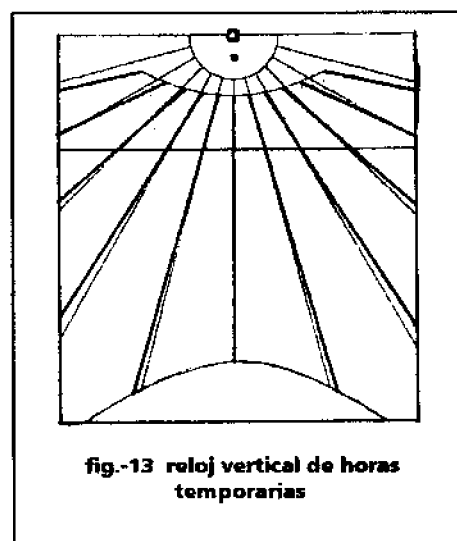


fig.-13 reloj vertical de horas temporarias

RELOJES DE MISA EUROPEOS

Por toda Europa se encuentran repartidos (en estelas aisladas, en la fachada sur de las iglesias románicas o en sillares reaprovechados en construcciones posteriores), desde el Norte de España y Sur de Francia hasta Mecklenburg- Vorpommern, multitud de relojes de sol primitivos de ángulos iguales. Un número muy importante se halla en Inglaterra e Irlanda.



fig.-14 Kilcummin (+662)
Killala Bay

Entre los más antiguos, según Zinner, se encuentra el de la iglesia de Stoke de Abernon. Este autor cita también: las iglesias de Bewcastle (664), Kilcummin [entre los más de 1.400 censados en Inglaterra]. Zinner se refiere también a uno, de ocho divisiones, que se encuentra en la puerta sur de la iglesia de San Miguel en Fulda, construida entre 800 y 820, como uno de los más antiguos.

Según Jean G. Lavolette una parte del desarrollo de los relojes de misa está relacionada con el Camino de Santiago (Iglesias de Salon de Provence, Lançon, Lamanon, Confoux, St. Georges Grans ...) y según este

autor fueron llevados desde Francia a Inglaterra por los Normandos de Guillermo el Conquistador a partir de 1.066.

Algunos autores relacionan la difusión de los relojes de misa con la expansión de los Benedictinos. Si bien ambas coinciden en el tiempo, no aparecen referencias documentales que puedan probar esta afirmación.

ANTECEDENTES de los RELOJES de MISA EUROPEOS.

El uso de relojes verticales de ángulos iguales desde el siglo XIII a.C. induce a suponer que los relojes canónicos o de misa que encontramos en el ámbito religioso cristiano no aparecieron por primera vez con las órdenes religiosas (benedictinos).

Es lógico preguntarse si su origen debe buscarse en Oriente, cuna de los primeros eremitas, donde es fácil que también continuase la tradición de este tipo de relojes.

BIBLIOGRAFÍA

- [A] **Alfonso X EL Sabio** Libros del Saber de Astronomía. Copilados, Anotados y Comentados por Don Manuel Rico y Sinobas. Madrid 1886
- [AA] **Amaldi Mario** Ancient Sundials of Ireland (traslated by C. K. Aked) Bulletin of the British Sundial Society nº 97.4 october 1997
- [AB] **Borchardt Ludwig** (1.920) Die Altägyptische Zeitmessung, Die Gesichte der Zeitmessung und der Uhren Band I Lieferung B Berlin E. von Bassermann-Jordan editor.
- [AZ] **Buka Adriene Bartha Lajos** (1.990) A Medieval Scratch on the gothic church at Rudabánya (Hungary) B.S.S. 1.990 nº1
- [AC] **Brown G. B.** (1.921) The Arts in Early England (Londres) 6 volúmenes.
- [AE] **Crombie A. C.** (1.959) Agustine to Galileo Volume I Science in the Midle Ages 5th to 13th Centuries
- [AF] **Drecker J.** (1.925) Theorie der Sonnenuhren (E.v. Bassermann-Jordan, Die Gesichte der Zeitmessung und der Uhren I E), Berlin.
- [AG] **Gavric'S. / Tadic' M.** (1.989-1.990) Rimski Suncanik iz Saric'a Struge, en Geografski Pregled 33/34 pag.-78-80
- [AH] **Gibbs Sharon L.** (1.976) Greek and Roman Sundials Yale University. Department of Physic and Astronomy Colgate University Hamilton New York 13346 USA
- [AI] **Green Arthur Robert** (1.926) Sundials Incised Dials or Mass-clock facsímil en 1.978 (1.928) Anglo-Saxon Sundials, The Antiquaries Journal 6, pag. 489-516
- [AZ] **Laviolette Jean G.** From the Clock of Salomon to the canonical or scrtch dials
- [AM] **Macrobio Aurelio Ambrosio Teodosio** In Somnium Scipiones
- [AO] **Mills Allan A.** (1.992) The Scrath Dial and its Function Bulletin nº 3 British Sundials Society pag 5-8
- [AP] **Millás Vallicrosa J.** (1.931) Assaig D'Historia de les idees Fisiques i Matematiques a Catalunya. (1.949) Estudios sobre Historia de la Ciencia Española.
- [AQ] **Neumann Martin** (1.991) Sonnenuhren an Alten Gebäuden in Braunschweig.
- [AS] **Rau Herbert** (1.994) Backstein-Kratzungen mit wenigen strichen am Mittelalterlichen Kirchen in Mecklenburg-Vorpommern
- [AT] **Rau Herbert / Schaldach Karlheinz** (1.994) Vertikalsonnenuhren des 6.-14 Jahrhunderts. v. Gotstedter (Hrsg.), Ad radices. Festchrift Inst. f. Naturwissensch. J.W. Goethe-Universität Frankfurt/M., Franz Steiner Verlag Wiesbaden GmbH Stuttgart, pag 273-290.
- [AU] **Rohr R. J. R.** (1.971) Les Cadrans Solaires Anciens d'Alsace
- [AW] **Vitrubio Polion Marco** (siglo I) Los diez libros de la Arquitectura
- [AX] **Weyss N.** (1.988) Wo gab es die frühesten Fassadensonnenuhren? en Schriften der Freuden alter Uhren 27, pag.-89-103
- [AY] **Zinner Ernest** I (1.964) Alte Sonnenuhren an Europäischen Gebäuden
II (1.939) Die Älteste Räderuhren und modernen Sonnenuhren Bericht der Naturforschenden Gesellschaft Bamberg
III (1.956) Deutsche und Niederländische Astronomische Instrumente des 11.-18 Jahrhunderts. München

Los autores Luis Hidaigo y Manuel M^a Valdés, nos presentan en este artículo, un cuadrante solar horizontal universal que funciona independiente de la latitud del lugar de emplazamiento, de gran sencillez mecánica, adecuada fiabilidad en la lectura todas las horas de insolación y de fácil manejo. Es una interesante y curiosa aportación dentro del campo de la gnomónica que destaca por su universalidad y versatilidad ya que al funcionar como un ábaco que utiliza las coordenadas horizontales de altura y acimut nos proporciona adicionalmente datos astronómicos de utilidad.

RELOJ HORIZONTAL UNIVERSAL

Luis Hidalgo y Manuel María Valdés

Antecedentes:

En 1987 J.G. Freeman publicó en el volumen 72 nº 2 del Journal of the Royal Astronomical Society of Canada, un artículo titulado: "A Latitude-Independent Sundial", basándose en la ecuación:

$$\cos \delta \cdot \operatorname{sen} H = \cos h \cdot \operatorname{sen} Az$$

siendo:

δ = declinación solar

H = ángulo horario (Hora)

h = altura del Sol sobre el horizonte

Az = azimuth

en la que no interviene la latitud del lugar.

Freeman define un mecanismo, utilizando la curva conocida como **astroide**, cuya expresión es:

$$x^{2/3} + y^{2/3} = R^{2/3}$$

Esta curva tiene la propiedad de que el segmento AB de su tangente, comprendido entre los ejes, es constante y de valor R . Por tanto, la proyección OB de ese segmento sobre el eje X es igual a: $R \cdot \cos h$.

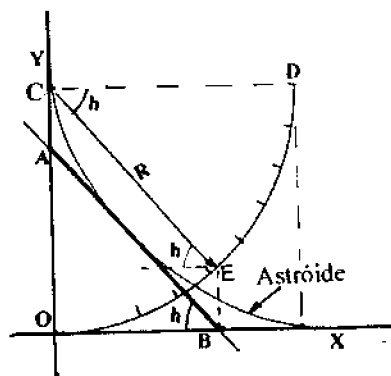


Figura 1

En 1989, J. A. F. De Rijk publicó en la misma revista (Vol. 83 n° 3) otro artículo sobre el mismo tema de un reloj de sol independiente de la latitud, basado en la misma concepción que el de Freeman. Su intención era corregir la imprecisión en la lectura del reloj de Freeman en las horas próximas a la puesta del Sol.

La solución propuesta en ese artículo requiere un modelo físico complicado, con varias piezas móviles. La lectura de la hora, supuesto ya orientado el artificio de medida, requiere:

- 1) mover la aliada para enfocarla al Sol
- 2) mover una barra para referir el extremo de la aliada al plano del reloj
- 3) desplazar una barra de lectura trazada en un panel transparente
- 4) mover la escala de lectura hasta hacer coincidir la declinación con la anterior barra y

- 5) finalmente, efectuar la lectura de la hora.

Nuevo modelo

En este artículo proponemos un modelo, basado igualmente en la misma concepción que los dos anteriores, pero que trata de corregir la imprecisión del primero y la complicación mecánica del segundo.

Recordemos el fundamento. Si podemos saber la declinación del Sol, su altura sobre el horizonte y el acimut, en el triángulo PZS, de la figura 2, conocemos dos lados ($90-\delta$) y ($90-h$) y un ángulo ($180-Az$). Para conocer el ángulo horario H, aplicando el teorema de los senos, tendremos:

$$\frac{\text{sen } (90-\delta)}{\text{sen } (180-Az)} = \frac{\text{sen } (90-h)}{\text{sen } H}; \text{ por tanto:}$$

$$\cos \delta \cdot \operatorname{sen} H = \cos h \cdot \operatorname{sen} Az.$$

En esta fórmula no está presente la latitud ϕ , por lo tanto, se puede utilizar en cualquier lugar, y por eso lo llamamos universal.

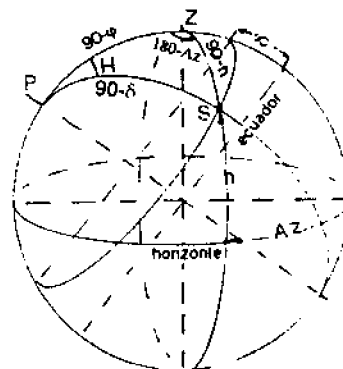


Figura 2

El valor de $R \cdot \cos h$ también se puede tener con la ayuda de un arco de círculo. Si a la figura 1 le añadimos el arco OD que tiene centro en C, la proyección del radio R será también el segmento $OB = R \cdot \cos h$. Con la ventaja de poder hacer más fácil las marcas.

Estructura

Este reloj consta de dos piezas. Figura 3.

El **generador de sombra** está basado en el cuarto de círculo OD, de la figura 1, comentado antes.

Está graduado con 0° en la parte superior, hasta los valores de h posibles en nuestras latitudes. En el extremo que corresponde a 90° tiene un eje que se engasta en el centro O de la **cara o faz** horizontal.

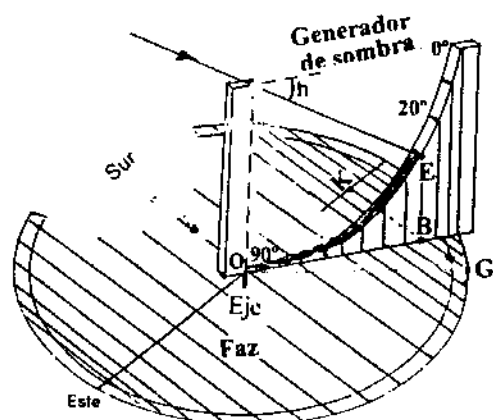


Figura 3

Esta faz del reloj (figura. 4) está formada por círculos de radios igual a: $R \cdot \cos \delta$, en los que se señalan las horas con separación de 15° , de tal modo que el círculo exterior corresponde a un radio R, cuando $\delta=0^\circ$ (días de equinoccios 21/3 y 23/9). El más interior corresponde a los solsticios, de radio r_1 , cuando δ tiene el valor $\pm 23.44^\circ$ (días 21/6 y 22/12). Los dos internos r_2 y r_3 equivalen a las fechas en que δ vale $\pm 20,15^\circ$ (los días 21/5, 22/7, y 22/11, 20/1), correspondiente a los signos del zodiaco: Géminis, Leo, Sagitario y Acuario y a las fechas en que δ vale $\pm 11.47^\circ$ (los días 21/4, 22/8, y 22/10, 19/2) comienzo de los signos: Tauro, Virgo, Escorpio y Piscis.

Se ha dotado a la faz de unos trazos verticales que cortan a los círculos de declinación y cuya misión es la de servir de referencia visual. El círculo exterior, el de los equinoccios, además de ir provisto de las marcas horarias lleva una graduación comenzando el 0° debajo de las 12h en doble sentido progresivo hacia ambos lados (Este-Oeste). Debajo de la marca de las 12h lleva una N y diametralmente a ésta una S que servirán para orientar el cuadrante.

También se le han añadido tres tornillos de nivelación, una brújula y un nivel de burbuja.

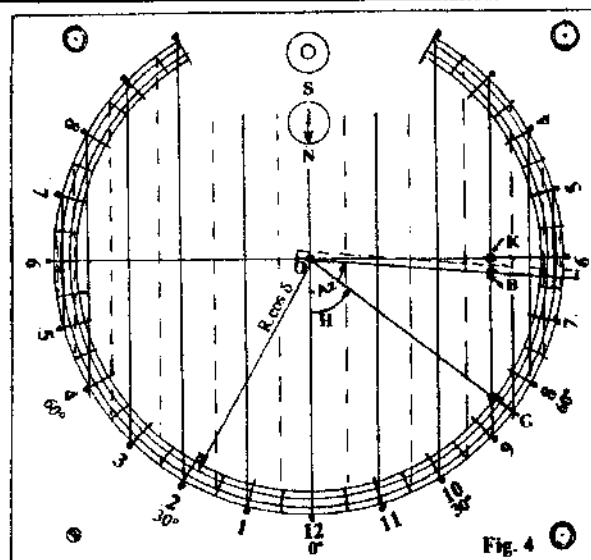


Figura 4

Sin estos elementos no se podría conseguir la horizontalidad, cometiéndose errores en la obtención de la altura y acimut y por tanto afectarían negativamente en la determinación de la hora.

Cuando el generador de sombra se enfila hacia el Sol, la marca del borde de la sombra, proyectada sobre el interior del cuarto de círculo, se traslada a la cara del reloj con la ayuda de un haz de trazos verticales.

De esta forma se tiene que la marca de sombra del punto E, se baja al punto B de la faz o cara del reloj. La distancia OB será: $R \cdot \cos h$, según ya vimos, y su proyección OK valdrá:

$$R \cdot \cos h \cdot \sin Az$$

El punto G situado en el círculo cuyo radio valga $R \cdot \cos \delta$, define el radio OG, cuyo ángulo central H cumple la condición:

$$OK = OG \cdot \sin H = R \cdot \cos \delta \cdot \sin H;$$

$$\text{luego: } R \cdot \cos h \cdot \sin Az = R \cdot \cos \delta \cdot \sin H.$$

Estas operaciones nos permite medir el valor de la hora H en el círculo correspondiente a la δ (fecha).

Utilización

Teniendo montado el generador de sombra sobre la faz del reloj, se procederá a su orientación disponiendo para este fin de la brújula. Si ésta tiene corrección de la declinación magnética tanto mejor.

A continuación se ha de proceder a la nivelación del conjunto sirviéndonos de los tornillos de nivelación y del nivel de burbuja.

Una vez orientado y nivelado el sistema, enfilaremos hacia el Sol el productor de sombra de forma que el límite de la sombra caiga sobre el reborde interior del cuadrante de alturas la base exterior del mismo nos marcará el acimut sobre el círculo exterior de los equinoccios.

Este artículo sigue en la página n° 26

CUADRANTE VETUSTISSIMUS

M. Milenio

El autor resume (desde un punto de vista gnomónico) los estudios de José M^a Millás Vallicrosa (prestigioso arabista catalán) recopilados en 1987 por el Consejo Superior de Investigaciones Científicas en el libro "ESTUDIOS SOBRE HISTORIA DE LA CIENCIA ESPAÑOLA".

Las figuras, citas y textos latinos están tomados de ese libro.

Este arabista cita dos antecedentes a los manuscritos de Gerberto y Hermann Contractus, los más conocidos y generalmente los únicos citados, sobre el diseño y uso del Astrolabio y el Cuadrante:

- Un autor judío-egipcio que escribió en árabe entre 770-820 (Massallah)
- El manuscrito 225 de Ripoll

Basándose en el estudio de los dibujos y textos de la época recogidos por Millás Vallicrosa, el autor estudia la precisión de las horas leídas en el "Cuadrans vetustissimus" tal como está dibujado en el manuscrito de Roma, Vatican Reginensis 1661 (siglo XI ex. folio 86 v.) que permite leer la hora temporaria enfilando el aparato hacia el Sol.

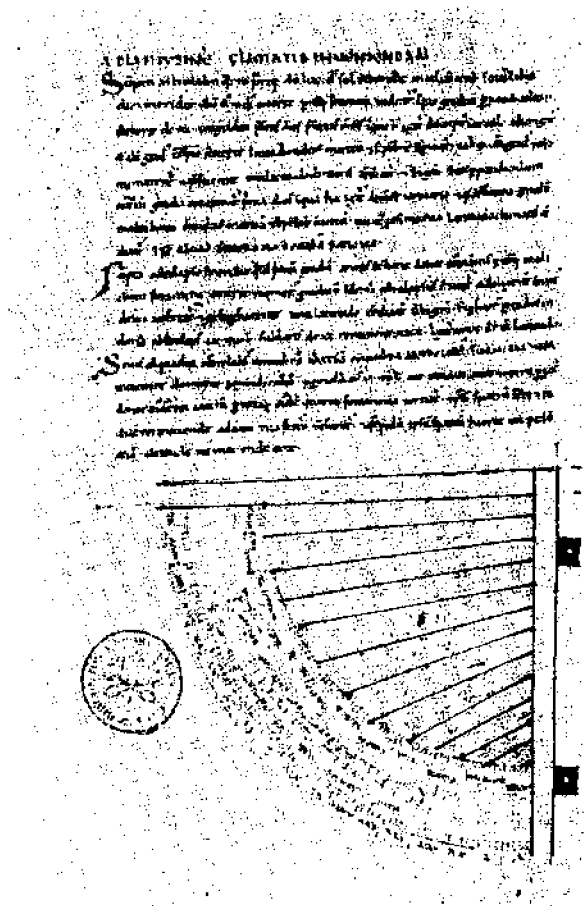
CUADRANTE VETUSTISSIMUS

Este reloj de altura (fig.- 01), que mide la hora temporal, a través de la altura del Sol, es universal gracias al desplazamiento del sector circular que lleva grabadas las declinaciones del Sol en su discurrir por la eclíptica. Una vez colocado el punto de declinación cero del sector movable sobre la colatitud del lugar, se busca la declinación correspondiente a la fecha y se halla el punto de la arista superior que está en la recta inclinada que pasa por el punto anterior. Este punto de la arista superior sirve para colocar la "perla" de la plomada.

El cuadrante está listo para indicar la hora una vez que se ha enfilado el Sol. Para ello se busca la línea inclinada que pasa por el punto de corte de la plomada con el círculo de las horas (fig.- 02). A continuación se mueve la plomada hasta que la perla caiga sobre esa línea. En esa posición la plomada indica la hora en el círculo de las horas.

El procedimiento es sencillo y rápido; la perla solo se debe ajustar cada varios días, pues la variación de la declinación es pequeña.

Como se trata de un proceso de determinación de la hora aproximado, vamos a hallar el error cometido en la lectura. En la fig.- 02 podemos establecer las siguientes relaciones, expresando los ángulos en ($^{\circ}$) y siendo el radio del círculo de las horas la unidad.



LAM. IX. Figura de cuadrante con cursor, que aparece en el manuscrito de Roma, Vatican Reginensis, 1661 (siglo XI ex.), fol. 86 v.

fig.- 01

VERSIONES PRIMITIVAS

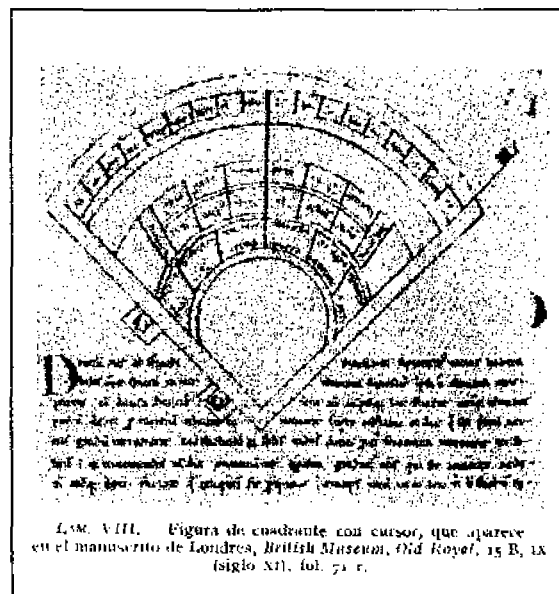
Tal como se indica en el Anejo I tenemos varias fuentes para la descripción de este aparato, pero en ninguna de las más antiguas se halla dibujado. En el manuscrito 225 de Ripoll sólo se dice que se dividan el arco y la línea superior en 90 partes.

Hermann Contracto, o su copista; nos dice:

"que se dividan en 30 partes el círculo y el lado. (pero no dice que sean iguales) y que se unan punto a punto ¹."

En el dibujo del Vaticano aparecen ya divididos en partes iguales tanto el círculo como la arista superior, las rectas que los unen no son paralelas entre sí.

Los errores que se hallan al analizar los resultados del cuadrante tal como está dibujado, son los que aparecen en la fig.- 03, y nos lleva a considerar la hipótesis siguiente:



- El dibujo de Vatican Reginensis 1661 fol 86 v **es incorrecto**, pues conduce a errores importantes

Dado que en Ripoll 225 no se indica con precisión la forma de construir el aparato y el copista de Hermann Contractus sólo dice que se dividan en treinta partes el círculo y el lado (**pero no dice que sean iguales**). Una posible explicación del supuesto error de ese dibujo puede ser que:

ocurrió que el copista de Hermann tuvo a la vista un cuadrante (quizás dibujado con líneas paralelas) y el texto de Ripoll 225, pero no fue capaz de indicar correctamente como se dividen el círculo y el lado (solo dice que se dividan en el mismo número de partes).

el copista de Vatican quizás sólo tenía a la vista el texto de Hermann sin ningún cuadrante y dibujó y empalmó, según su criterio, todas las partes iguales en lugar de trazar rectas paralelas por los puntos de división del arco de círculo en partes iguales.

VARIANTE PROPUESTA para el CUADRANTE VETUSTISSIMUS

Supongamos que, como es frecuente en otros relojes de la época, el diseño del cuadrante sea tal que produzca medidas exactas para los días del equinoccio y muy aproximados el resto del año.

- su trazado debe ser, por tanto, una materialización de la fórmula válida en los días de declinación nula ²

¹ Este Texto es mucho más extenso que Ripoll 225 y contiene imprecisiones, detalladas por Gunella, que pueden atribuirse al copista.

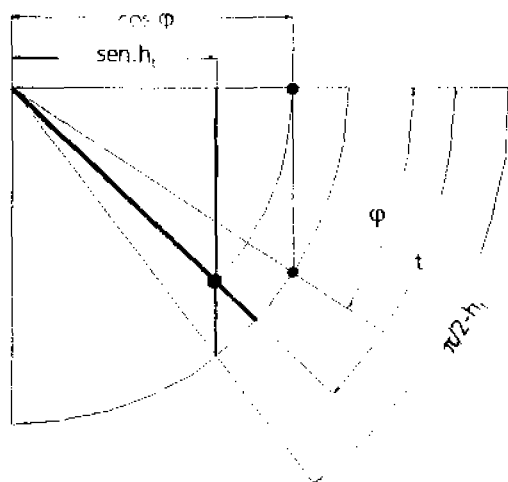
² t es el ángulo horario contado a partir del paso del Sol por el meridiano

ϕ es la latitud del lugar

h, la altura del Sol en el instante de la observación.

$$\text{sen } h_t = \cos \varphi * \cos t$$

fig.- 05



La forma sugerida para el dibujo de ese Cuadrante (líneas que indican las funciones trigonométricas) es la que figura en la fig.-05

El dibujo es semejante al del Vaticano, con la diferencia de que las líneas de unión de los puntos de división son verticales y sólo las divisiones del arco de círculo son iguales entre sí. Las líneas verticales señalan el coseno del arco.

Se comprueba fácilmente que este dibujo es un ábaco para leer t conocido h_t en el caso de $\delta=0$

Esta aventurada hipótesis está basada en que los textos fueron manuscritos por copistas no expertos en la materia que copiaban (gnomónica en este caso), circunstancia que se daba en esa época con frecuencia. Incluso en épocas mucho más modernas, ocurre lo

mismo.

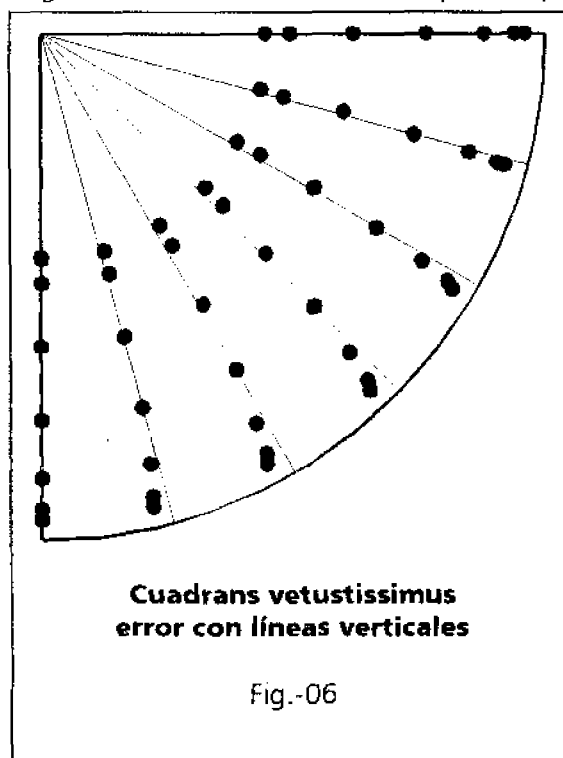
LECTURA en DÍAS DISTINTOS del EQUINOCCIO

Igual que en algunos otros relojes de esa época, los gnomonistas se limitaron a comprobar que el error es pequeño en los días en que la declinación no es cero.

Para el resto del año, la ecuación que liga la altura del Sol con el ángulo horario es

$$\text{sen } h_t = \text{sen } \varphi * \text{sen } \delta + \cos \varphi * \cos \delta * \cos t$$

No es difícil hacer una estimación del error, tabulando los resultados de aplicar la fórmula anterior (latitud 40° N) para distintas declinaciones. En el dibujo de la fig.- 06 se representan la posición de la perla del "perpendicular" para las declinaciones correspondientes a la entrada en los signos del Zodiaco. Esta figura da una representación gráfica muy expresiva del error cometido, que es mucho menor que el representado en la fig.-.05. Podemos comprobar que el error es nulo en el equinoccio, y muy pequeño el resto del año.



**Cuadrans vetustissimus
error con líneas verticales**

Fig.-06

ANEJO I FUENTES**Cuadrante vetustissimus**

Obra de Massallah, autor, probablemente judío-egipcio, que escribió en árabe entre 770-820.

Manuscrito 225 de Ripoll (conservado en el archivo de la corona de Aragón) segunda mitad siglo X

Probablemente recoge partes de la obra de Massallah

«INCIPIUNT REGULE DE QUARTA PARTE ASTROLABI

In curriculo XII menses. In medio partito Nadair solis inuenies perpendicularare quo notantur XC gradus et in eo quoddam parmissimum currienlum cum quo notantur linee horarum. In X^a linea LX puncta ob umbram solis notato XC gradus in radice a quibus et clima dinoscitur et altitudo solis inuenitur. 1. linee in directum a quibus notatur cursus horarum.»

Construcción del instrumento (folio 35 r.)

Uso

Folios 36 v. 37 r. (texto C)

Muy parecido en todos los textos

De mensura astrolabii (Hermann Contractus) Liber secundus capítulo V (siglo XI)

Construcción del instrumento

División en 30 partes el círculo y el lado. (*pero no dice que sean iguales*)

cedantur; Iunio 4 ante solstitium, et hoc in superiori circulo.³⁴ In inferiori uero circulo duae post solstitium particulae dentur Iunio; Iulio autem 6, Augusto 6, Septembri 6, Octobro 6, Nonembri 6, Decembri 4 ante solstitium, et hoc est in inferiori circulo. Post solstitium autem in superiore mensium circulo duae particulae, quae restant, Decembri tribuantur. Dehinc autem, ut supra dixi, Ianuario sex. Tunc polo uerso ad te ab ipso polo usque ad ultimum circulum in sinistra parte ultimam lineam in 30 diuide.³⁵

Dehinc circulum intimum de parte dextera a prima diuide usque ad ultimum horae sextae per 30 et sic a puncto in punctum due lineas, quae dicuntur Almucantarath.³⁶ Secundum hanc descriptionem quadra superius depingatur.»

Este Texto es mucho más extenso que Ripoll 225 y contiene imprecisiones, detalladas por Gunella, que pueden atribuirse al copista.

Uso

el texto es muy parecido en todos ellos :
(tomado del Capítulo V de A. Gunella)

porta il filo a piombo sulla tua data, cioè sul giorno nel quale cerchi che ora sia, e vedi quale estremità di linea degli almucantarath il filo attraversi in basso, dalla parte del cursore. Trovata la linea, porta il filo a piombo al capo di quella linea, dall'altra parte, sotto le pinnule, e dove il filo la tocca fai un punto con un poco di cera sopra il filo stesso, a meno esso non abbia, come è costume, un piccolo cursore, nel qual caso lo sposterai al punto d'incrocio fra linea e filo a piombo.

Trovato così il punto e segnato con la cera il suo raggio sul filo, questo metodo richiede ora di trovare l'altezza del Sole.

Per trovarla, opponi al Sole l'omero sinistro, alza il quadrante e fallo ruotare fino a quando il Sole con un suo raggio non penetri nei due fori delle pinnule. Il grado attraversato dal filo nel lembo ti

dirà chiaramente quanto vale l'altezza del Sole, sia esso ascendente o discendente.

Sullo stesso grado in cui si trova il filo a piombo vedi quale linea, fra gli Almucantarath, giunga alla graduazione. Su tale linea, tu ponendo il punto di cera, o la pallina, vedi, dovunque essa giunga, su quale ora giaccia, e questa è l'ora che la tua fatica cerca.

NOTA NECROLOGICA

Lamentamos
profundamente
el fallecimiento de nuestro
querido compañero e
insigne gnomonista
René R. J. Rohr.

Asociación de Amigos
de los relojes de Sol

DATOS ASOCIACIÓN

ASOCIACION DE AMIGOS DE LOS RELOJES DE SOL

C/ Isaac Peral nº 48 , 3º (Secretaría)

Madrid

Identificación de c/c.-

Entidad: 2091 Sucursal: 0811 D.C. : 49 c/c: 3040007744

Este artículo viene de la página nº 19

Desde el punto del extremo de la sombra en el cuadrante de altura se hace una referencia visual a la faz del reloj con ayuda de las líneas verticales del productor de la sombra, punto que caerá sobre o entre las líneas de referencia visual horizontales que contiene la faz hasta que toque al círculo correspondiente a la fecha en la que se hace la observación y en el que están grabadas las horas.

Una concepción más técnica o sofisticada sería la de sustituir las líneas de referencia por fibra óptica, con lo que el límite luz-sombra se transmitiría automáticamente a los círculos de declinación marcando la hora.

Hay otros procedimientos para orientar correctamente el cuadrante. Por ejemplo, si se tiene determinada la meridiana sobre el lugar de trabajo. En este caso las marcas N-S del reloj se superponen sobre la meridiana previamente trazada.

Si ésta no está dibujada apelaremos a orientarlo mediante el reloj de pulsera en el momento del mediodía, teniendo en cuenta que a las 12 horas solares le corresponde una hora oficial. En ese instante, si el productor de sombra está sobre la marca de las 12 h y es solidario con la faz del reloj, sólo tendríamos que girar el reloj suavemente hasta que el acimut fuera cero, o lo que es lo mismo, hasta que el rayo de sol incida sobre la cara interior del cuadrante de círculo de alturas.

Para una mejor comprensión pongamos un ejemplo. Una vez orientado y nivelado el reloj en un punto geográfico de latitud desconocida, se enfila el generador de sombra hacia el Sol arrojando el extremo superior del eje sobre el interior del cuadrante un borde de sombra, que marca una altura $h = 43^\circ$ y el acimut en el círculo exterior es de 85° . Datos obtenidos en la mañana del 21 de Junio. Si desde el punto de sombra de los 43° , bajamos con la vista perpendicularmente a la faz con la ayuda de las líneas de referencia verticales que porta el generador de sombra, trasladamos el punto de sombra correspondiente a los 43° a la cara del reloj, punto que a su vez es transportado visualmente al círculo interior del solsticio con la ayuda de las líneas de referencia horizontales de la faz encontrando que lo corta en la marca horaria de las 8h 30 m.

Analíticamente se comprueba que:

$\text{sen } h = \cos h \cdot \text{sen } Az / \cos \delta$,
sustituyendo valores, se tiene:

$$\text{sen } h = \cos 43^\circ \text{ sen } 85^\circ / \cos 23,44^\circ = 0,794.$$

$$h = 52,5^\circ = 3,5h; 12h - 3,5h = 8,5h = 8h 30 m.$$

Obviamente se conocía de antemano la latitud del lugar de observación $40,4^\circ$ N (Madrid) y la altura solar a esa hora (8h 30 m).

$$\text{sen } h = \text{sen } 40,4^\circ \cdot \text{sen } 23,44^\circ + \cos 40,4^\circ \cdot \cos 23,44^\circ \cdot \cos 52,5^\circ = 0,683; h \text{ será: } 43,09^\circ.$$

$$\text{tg } Az = \text{sen } 52,5^\circ / \text{sen } 40,4^\circ \cdot \cos 52,5^\circ - \cos 40,4^\circ \cdot \text{tg } 23,44^\circ = 12,32; Az \text{ será: } 85,3^\circ.$$

Hasta este momento hemos estudiado el artificio como cuadrante solar pero cabe preguntarse

si tendrá más aplicaciones que el conocimiento de la hora.

Obtención de la latitud del lugar.

Por medio del cuadrante de alturas podemos conocer la altura solar a las 12 horas cuando el Sol está culminando, es decir, saber la altura máxima para un determinado día del año.

Por ejemplo. Si medida la altura máxima el día 21 de Junio es de $53,5^\circ$, la latitud se obtiene fácilmente sumando la declinación solar de ese día a la diferencia de $(90^\circ - h \text{ max})$. En este caso concreto nos arroja un valor de $59,94^\circ$ de latitud N, si nos encontramos en nuestro hemisferio.

Existen otros procedimientos para averiguar la latitud en determinados momentos críticos del día como puede ser el momento del orto o del ocaso en el que la altura solar $h = 0^\circ$, momento en el que conocemos la hora (ángulo horario H) o el acimut instantáneo (Az) por medio del productor de sombra.

Siguiendo con el ejemplo anterior, para el día 21 de Junio, nos encontramos que en el momento del orto el generador de sombra en la escala del acimut nos da un valor de $Az = 143^\circ$ y la hora es 2h 45m que corresponde a un ángulo horario (H) de $138,6^\circ$. Empleando el valor del acimut en la fórmula:

$$\cos \phi = -\text{sen } \delta / \cos Az$$

$$\cos \phi = -\text{sen } 23,44^\circ / \cos 143^\circ = 0,49;$$

$$\phi \text{ valdrá } 60^\circ.$$

Si usamos el ángulo horario H, tendremos:

$$\text{tg } \phi = -\cos H / \text{tg } \delta = 1,72^\circ; \phi \text{ valdrá } 59,9^\circ.$$

Directamente, como hemos visto en el ejemplo anterior, se puede determinar el acimut en el momento del orto o del ocaso. Si a ese valor se le resta 90° se obtiene la amplitud ortiva-occidua que indica los grados que se separa el Sol de la línea Este-Oeste en el momento de la salida del astro. En el ejemplo de arriba, es de 53° al Norte de dicha línea.

Indirectamente podemos conocer la duración del día de observación puesto que sabemos que el ángulo horario semi-diurno es de $138,6^\circ$ que equivalen a 9h 14m. El diurno ha de ser el doble, 18h 28m.

Como se ha podido apreciar este sencillo cuadrante horizontal no solo se comporta como reloj, proporcionando la hora en cualquier punto del globo, sino que convierte las coordenadas horizontales en ecuatoriales basándose, en el triángulo de posición, obteniendo así datos astronómicos de gran interés.

Finalmente haremos dos observaciones:

- El tamaño del reloj, condicionado por el valor de R, no debe ser pequeño puesto que de ser así, no tendremos espacio material para dibujar los círculos intermedios entre los equinoccios y solsticios, pues valen $0,94 R$ y $0,98 R$.
- Puesto que se trata de un reloj de tiempo verdadero, la hora leída debe ser modificada con las correcciones de longitud, ecuación del tiempo y legal. No sería muy complicado incorporar un dispositivo para obtener la hora oficial.

DECLINACION MAGNETICA PARA EL AÑO 2001

36.0	36.5	37.0	37.5	38.0	38.5	39.0	39.5	40.0	40.5	41.0	41.5	42.0	42.5	43.0	43.5
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	5.03	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	4.87	4.79	4.81	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	4.57	4.58	4.61	4.69
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	4.35	4.24	4.46	4.55
-	-	-	3.79	3.90	3.89	4.05	3.95	-	-	-	-	4.26	4.22	4.41	4.39
-	-	3.63	3.64	3.67	3.66	3.73	3.81	4.00	3.88	3.98	-	4.05	4.09	4.06	4.17
-	3.47	3.48	3.46	3.35	3.58	3.55	3.66	3.69	3.69	3.78	3.81	3.86	3.83	3.98	3.98
3.27	3.32	3.31	3.32	3.31	3.42	3.41	3.47	3.52	3.47	3.63	3.66	3.63	3.69	3.75	3.82
-	3.13	3.12	3.15	3.16	3.21	3.23	3.29	3.30	3.34	3.43	3.44	3.53	3.49	3.76	3.62
-	-	3.01	3.00	3.03	3.10	3.05	3.11	3.15	3.19	3.23	3.42	3.30	3.34	3.46	3.46
-	-	2.87	2.85	2.84	2.90	2.91	2.94	2.98	3.01	3.03	3.06	3.15	3.14	3.18	3.32
-	-	2.72	2.70	2.69	2.70	2.73	2.75	2.80	2.82	2.88	2.91	2.98	2.99	3.05	3.08
-	-	2.55	2.55	2.56	2.57	2.56	2.57	2.63	2.62	2.73	2.76	2.80	2.84	2.83	2.90
-	-	2.33	2.38	2.37	2.40	2.41	2.49	2.50	2.61	2.60	2.61	2.62	2.69	2.68	2.84
-	-	2.08	2.13	2.31	2.25	2.26	2.32	2.35	2.39	2.40	2.42	2.45	2.54	2.58	2.60
-	-	-	2.03	2.05	2.08	2.13	2.14	2.16	2.24	2.23	2.26	2.32	2.37	2.45	-
-	-	-	-	2.00	1.93	1.99	2.02	2.03	2.04	2.10	2.12	2.15	2.21	2.27	-
-	-	-	-	-	1.78	1.78	1.82	1.85	1.87	1.93	1.96	2.00	2.03	2.12	-
-	-	-	-	-	-	-	-	1.72	1.72	1.80	1.84	1.82	1.81	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	1.63	1.65	1.64	1.65	1.70	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1.53	1.51	1.54	1.55	-	-
-	-	-	-	-	-	1.24	-	-	-	1.36	1.36	1.41	1.42	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1.22	1.23	1.25	-	-
-	-	-	-	-	-	-	0.95	-	-	-	1.07	1.06	1.10	-	-
-	-	-	-	-	-	-	0.86	-	-	-	-	0.96	0.92	-	-

