
ANALEMA

BOLETÍN DE LA ASOCIACIÓN DE
AMIGOS DE LOS RELOJES DE SOL

SUMARIO

- 1 EDITORIAL ----- Editor
- 2 ABSTRACTS ----- Redacción
- 3. OUGHTRED Y AGOSTINO DAL POZZO ----- A. Gunella
- 8. LA NATURALEZA GEOMÉTRICA DE
LAS HORAS TEMPORARIAS ----- M.M. Valdés
- 11 MÉTODO SIMPLIFICADO PARA EL DISEÑO
DE UN RELOJ VERTICAL ----- L. Hidalgo
- 14 COMENTARIOS SOBRE RELOJES
EQUIVALENTES ----- J de la CALLE
- 17 NOTAS Y COMENTARIOS ----- Redacción
- 19. RESEÑA DE PUBLICACIONES ----- Editor
- 20 GNOMÓNICA VECTORIAL, CAPÍTULO X ----- A. De Vicente

ASOCIACIÓN DE AMIGOS DE LOS RELOJES DE SOL

Isaac Peral 48. 28040 - MADRID. ESPAÑA

JUNTA DIRECTIVA

Presidente: Luis Hidalgo Velayos
Vicepresidente: Jacinto del Buey Pérez
Secretario Gral: Manuel Lombardero Soto
Tesorero: Antonio de Vicente Candeira
Bibliotecario: Jesús de la Calle Montes

Consejo de Redacción: Vocales
Manuel María Valdés Carracedo
Javier Moreno Bores
Miguel Ángel Hacar Benítez

Vocales Asesores:
Antonio Angulo Álvarez
Baltasar Soteras Elía
José Esteban Esteban

Socios de Honor:
Rafael Soler Gayá
José Luis Basanta Campos

La Asociación de Amigos de los Relojos de Sol fue creada en abril de 1988. Está legalmente reconocida y figura en el registro nacional de Asociaciones con la referencia N-18685. Constituye una entidad no lucrativa cuyos fines son el desarrollo y fomento de las investigaciones y estudios sobre temas históricos, geográficos, matemáticos, arquitectónicos y literarios relacionados con la difusión de los conocimientos relativos al cálculo, trazado, construcción, revisión y emplazamiento de los Relojos de Sol y otros instrumentos análogos. Para el cumplimiento de estos fines celebra reuniones periódicas, mantiene contacto con otras Asociaciones o Entidades semejantes y publica cuatrimestralmente el Boletín Informativo "Analema", abierto a la colaboración de todos sus lectores.

La Asociación de Amigos de los Relojos de Sol ofrece a sus asociados los siguientes servicios:

- Comprobación y datación de cuadrantes y relojes antiguos.
- Información Bibliográfica referente a temas relacionados con la Gnomónica
- Traducción o revisión de artículos de revistas, boletines y publicaciones.
- Asesoramiento para la construcción o reparación de relojes solares.

Estos servicios son prestados a sus Socios a título gratuito, o a coste estricto a las personas o entidades que así lo soliciten y sean presentadas por algún Socio. Los servicios de asesoramiento serán totalmente gratuitos para las entidades de carácter cultural

Para obtener la condición de Asociado es necesario la presentación por un Socio de la persona o entidad interesada, y su admisión por la Junta de Gobierno. La cuantía de su aportación económica como cuota anual es fijada libremente por el propio asociado, pudiendo ser nula si así lo desea. No obstante, para recibir con seguridad el presente Boletín y otras publicaciones deberá aportar como mínimo el equivalente a los gastos de confección y envío postal del de las mismas.

En general y salvo indicación expresa, los artículos publicados en este Boletín podrán ser reproducidos o utilizados, citando su procedencia y previa comunicación a esta Asociación. Se exceptúan los casos en los que se indique la existencia de derechos de propiedad del autor, o cualquier otro tipo de impedimento legal.

La Asociación no se hace, en ningún caso, responsable del contenido o interpretación de los escritos, gráficos, fórmulas, tablas, o cualquier otra clase de información contenida en los Boletines o en sus publicaciones colectivas. Agradece todo tipo de crítica, comentario, discusión o reseña de los mismos, que será transmitida a su autor y publicada en el Boletín si su interés y generalidad lo hiciese conveniente, a juicio de la Junta, que se reserva el derecho de adaptar, resumir, comentar o editar con el previo conocimiento de su autor los originales recibidos para su publicación. Su extensión no deberá exceder de seis folios, incluyendo ilustraciones, salvo que su contenido aconseje publicarlos en varios números sucesivos o en forma de separata del Boletín.

EDITORIAL

Si examinamos con detenimiento los artículos que nos son remitidos para su publicación en nuestro Boletín observaremos que, en su mayor parte, presentan y defienden alguna aventurada tesis y de ella deducen las oportunas consecuencias, generalmente innovadoras o por lo menos sorprendentes. Las hipótesis de partida son convenientemente demostradas con argumentos apropiados, sean estos de tipo matemático, referencias históricas, construcciones geométricas, o razonamientos silogísticos impecables.

Este examen nos lleva a preguntarnos cual es el rigor científico, firmeza intelectual, perseverancia y otras cualidades semejantes que deben poseer, o realmente poseen, los eminentes gnomonistas autores de estos escritos. Intentaremos analizar los conocimientos necesarios al Perfecto Gnomonista. (EPG)

- El Perfecto Gnomonista posee una amplísima serie de conocimientos en muy variados campos de la Ciencias, Historia, Artes aplicadas y Literatura, además de un estilo literario claro, conciso y riguroso que le permite exponer sus elucubraciones en forma comprensible y amena, no obstante la inextricable profusión de notaciones, nomenclatura y vocabulario empleadas por los diversos autores.

- Como ciencias fundamentales debe conocer: la Cosmografía, Astronomía de Posición (Incluido su desagradable epígono: Trigonometría Esférica.), Geografía., Óptica y Magnetismo. Naturalmente, estos conocimientos deben estar fundamentados en una base matemática suficientemente extensa que le permita establecer las fórmulas y conceptos que son necesarios para su exposición e interpretación

- Con respecto a la presentación visual de sus hallazgos, es necesario que domine el Dibujo, la Geometría Descriptiva, la Fotografía e incluso el Diseño Auxiliado por Ordenador. (y también debe poder manejar el GPS). Asimismo deberá estar dotado de un acusado sentido artístico aplicable a la selección y definición de los nuevos modelos de artefactos (a veces artífices) solares o lunares que diseñe o proyecte construir

- Del examen de las referencias bibliográficas incluidas en los artículos mencionados también se deduce que sin duda ha leído por lo menos unos cien libros referentes a estos temas clásicos y conoce el latín suficiente para interpretar los textos de nuestros venerados Padres Gnomónicos. Y unas nociones de griego clásico tampoco le son superfluas, especialmente referentes a nomenclatura y sistemas de numeración.

- El Perfecto Gnomonista (EPG) debe poseer suficientes conocimientos de Astrología, y Lapidaria, Resistencia de Materiales, cantería, construcciones de mampostería y sillería, reparación y reconstrucción de pinturas, Arqueología y Paleografía (aunque las relaciones entre arqueólogos y gnomonistas no suelen ser muy fluidas).

- Las investigaciones históricas en archivos bibliotecas, hemerotecas, registros notariales, palimpsestos, textos árabes y griegos no deben representar ninguna dificultad insalvable para EPG, no obstante la actitud habitualmente desabrida de bibliotecarios y conservadores de Museos. Aunque parezca extraño, hemos encontrado referencias a todas estas extraordinarias actividades, incluso transcripción de jeroglíficos egipcios, en los artículos que nos han sido remitidos por nuestros queridos Hermanos en la Gnomónica. ¡Que la Sagrada Sombra del Gnomon les sea siempre favorable !

- Para mantenerse al día de los progresos de nuestro Arte es imprescindible que EPG lea las publicaciones de las cinco o seis asociaciones de gnomonistas más importantes, en los idiomas: alemán, holandés, inglés, italiano, español ("Analema" se incluye entre ellas), flamenco y francés. Y leer también todos o casi todos los libros sobre cuestiones gnomónicas, unos doce, que se publican anualmente en estos idiomas. Además ha de poseer suficientes conocimientos de Informática para poder navegar en el proceloso mar de las WWW.

El Perfecto Gnomonista no existe. Ni puede existir

Podemos imaginarlo como una figura virtual, especie de ente inmaterial que vaga por la esfera sublunar contemplando con arrobos las sombras arrojados por los objetos iluminados por el Sol, procurando sujetarlas a una disciplina efectiva, y racional. Es el ejemplo, inaccesible, de quien alcanza la Perfección Gnomónica.

Por consiguiente, aunque no podamos cumplir todos estos requisitos, consolémonos. Nos basta con ser un ferviente adepto a este Arte para poder alcanzar, si no la Perfección, por lo menos la Beatitud Gnomónica.

El curioso lector ya habrá interpretado que nos hemos servido de esta figura alegórica EPG, sin existencia real, para poner en evidencia las múltiples e intrincadas relaciones que la Gnomónica tiene con las Ciencias y las Artes (o las Artes y las Ciencias con la Gnomónica, según preferencia de quien esto lea).

La Gnomónica, lejos de ser una seca y anquilosada disciplina académica florece actualmente en las frondosas ramas antes señaladas, mostrando los brillantes frutos de los saberes y habilidades de sus seguidores.

O inversamente, podemos considerar que es un esplendoroso árbol que se desarrolla y crece a la par que sus vigorosas raíces, constituidas éstas por las múltiples artes y ciencias reseñadas, cuyo perfeccionamiento conjunto constituye la base del progreso de la Gnomónica. Y también del conjunto de la Humanidad, nada menos.

ABSTRACTS

3 OUGHTRED AND AGOSTINO DAL POZZO

Alessandro Gunella is an eminent and even prominent Italian gnomonist who collaborates frequently with our Bulletin. In this article he deals with a new application of the Oughtred diagram to the design of Italic and Babylonian hours. He found an old predecessor, Agostino dal Pozzo, who wrote near 500 pages in Latin on this subject and was the first person in Italy to apply logarithms to the trigonometric formulae used to calculate sundials. But.. alas! His example was absolutely wrong from the beginning. So Mr Gunella has re-elaborated and solved the problem, and offers us this new and original method to design vertical and horizontal dials using the Oughtred diagram. And not only for Equal hours, but also for Italic and Babylonian ones.. We think, that perhaps this method could be directly derived from a stereographic projection if you knew previously what to obtain, as in the anecdote of Columbus egg. A very interesting and excellent article, with many well-traced figures.

8 GEOMETRICAL SHAPE OF TEMPORARY HOURS

Now we bring to light another interesting article of our habitual collaborator and no less prominent gnomonist: M.M. Valdés. For more than 300 years the discussion about the geometrical nature of the dial lines of temporary hours has been a common topic in Gnomonic. Mr Valdés traces the history of those discussions, from the beginning to W.A. Cadell, who demonstrated that those lines were not straight, but algebraic lines of varied degrees. He explains that these curved lines can be assimilated to straight ones in some cases, but only for latitudes not much higher than 35°. A detailed bibliography is added. (By the way, every article of Mr. Valdés and other conspicuous gnomonists is habitually provided with an extensive bibliography. I marvel how they could have had time to read some hundreds of volumes on Gnomonic, many of them in Latin. Perhaps we ought assert some new aphorism, like " ~~Old Gnomonists never sleep~~ . They just read up ")

11 DESIGN OF A VERTICAL DIAL. A SIMPLIFIED METHOD

Luis Hidalgo explains a simplified method to design a vertical declining sundial, knowing the wall declination, evidently. Although declining dials design are one of the most discussed topics of the Classic Gnomonic, Mr. Hidalgo reduces the whole design to a few formulae clearly explained by means of some spherical triangles, that allow us to trace the subellar, hour lines, gnomon shadow length and so on. An illustrative example of a dial for $\phi = 40^{\circ}78'$ and $D = 17^{\circ}34'$ is included.

14 SOME COMMENTARIES ABOUT "EQUIVALENTS" DIALS

As the aforementioned authors J de la Calle is a loyal collaborator of our Society. He has published many articles, specially in the early issues of our Bulletin. He has also published a brochure entitled "*Las Leyendas Latinas de los Relojes de Sol*" (Latin Mottoes in Sundials) with near 1500 mottoes conveniently translated into Spanish. In this article he explains the simple and intuitive method of the "equivalent dial" based in the identity of two parallel dials, even if situated in two different places on the Earth. So every dial, inclining, declining or otherwise has an "equivalent" horizontal dial, provided that we translate it to an appropriated place where the horizon plan is parallel to the dial one. The problem is reduced to find the virtual longitude and latitude of such a place, and trace a simple horizontal dial. This method is well known, but Mr de la Calle explains it clear and concisely.

17 NOTES AND COMMENTS

1.- Reply to R. Melendez about his article "Mr Fogg's mistake", 2.- About the Calendar. 3.- Activities of Society Members. (Murcia Community). 4. - A cut-out sundial.

19 BOOKS REVIEW

The *VOCABULARIO GNOMONICO OCTOLINGUE* (A gnomonic vocabulary in eight languages) is outlined in this page. It has been published by Josep Maria Vallhonrat, chairman of the "Societat Catalana de Gnomónica2, and an excellent gnomonist by himself. In this second edition the number of languages has been drastically increased, in order to include nine more, reaching now to 17. We think it is the first complete dictionary of gnomonic terms. A very useful book, indeed

20 VECTORIAL GNOMONIC. CHAPTER X

A de Vicente continues with his treatise on Vectorial Gnomonic, and has reached the Chapter X. In this chapter the Italic, Babylonian, Equal and Sidereal hours are calculated. And not only on a flat surface, but also on a cylinder or conical surface. This is a demonstration of his powerful, if a little complicated, method.

Presentamos en este artículo una interesante investigación del ilustre gnomonista italiano Alessandro Gunella, que trata de la utilización del reloj o diagrama de Oughtred como sistema teóricamente aplicable para el trazado gráfico de relojes solares de diversos tipos, entre los que se incluyen relojes horizontales, verticales y declinantes, tanto para horas "civiles" como itálicas. MMV

OUGHTRED y AGOSTINO DAL POZZO

ALESSANDRO GUNELLA

El diagrama de Oughtred (1636) cumple felizmente 365 años envuelto en un aura de misterio que le ha conducido a permanecer prácticamente ignorado por la mayor parte de los tratadistas de gnomónica, con algunas excepciones en el siglo XVI:

- Alrededor de 1660, el jesuita Andrea Tacquet de Anversa, al tratar teóricamente el problema general del Astrolabio, hizo un guiño al diagrama de Oughtred, por otro lado sin nombrar al inventor.

- El libro "Gnomonices biformis" di Agostino dal Pozzo (1679), doctor "in utroque iure" y "mathesiphilus", se sirve del diagrama para desarrollar los relojes de sol normales de pared. Se refiere a la obra de un predecesor, el Padre Salodio, (Agostino dal Pozzo pudo añadir que era coterráneo mío, aunque el tema tiene escasa importancia para el desarrollo de este artículo. (Estoy haciendo investigaciones en ese sentido).

No quiero decir que sean los únicos que se hayan interesado en este diagrama en esa época; sólo apunto que son los únicos datos que yo tengo. Pero vayamos con orden.

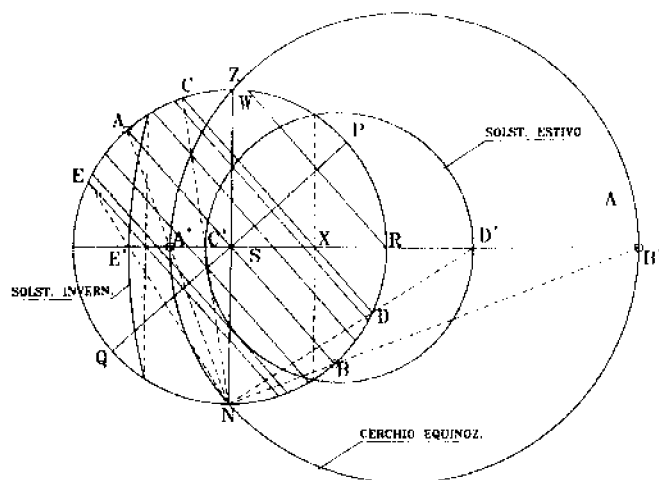


Fig 1

Cómo se construye un reloj de Oughtred

Supongamos que partimos del Analema de Vitruvio (Fig.- 1), construido sobre el círculo ZRN, y seguiremos la misma técnica que vale para el astrolabio: desde el Nadir proyectamos el círculo de los signos zodiacales sobre el plano del Horizonte. Éste último está representado por la recta SR (y, por abatimiento, por el propio círculo ZRN); si sobre él proyectamos, para empezar, el plano equinoccial AB: obtenemos los

puntos A' y B' por los que hacemos pasar un círculo que obviamente, siendo un círculo máximo, pasará también por los extremos del diámetro ZN. La parte "diurna" será NA'Z y la parte "nocturna" ZB'N.

Si repetimos la maniobra para CD, trópico de Cáncer, obtenemos el círculo que pasa por C'D' (proyecciones de los extremos desde N). Conviene observar que la perpendicular a SR que pasa por X es la línea de intersección del plano del trópico y el círculo del horizonte ZRN. Esta propiedad sugiere un método para construir el resto de los círculos sin trazar demasiadas líneas:

El arco diurno de la proyección del trópico de Capricornio pasará por E' (proyección de E desde N) y por los extremos de la perpendicular.

La Fig.- 1 no contiene la construcción de los demás arcos (relativos al comienzo de los signos zodiacales) para no convertir en ilegible el dibujo.

Aquí es obligado dar las gracias al sistema de dibujo CAD del ordenador que permite trazar con facilidad esta figura, que en otra época hubiera requerido un tiempo bíblico.

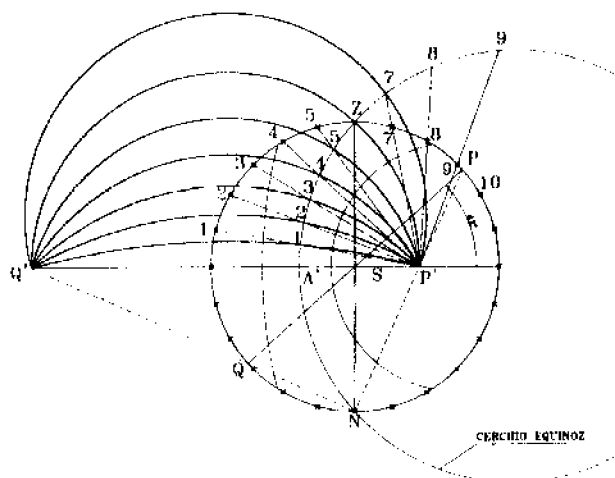


Fig 2

Pasemos ahora a buscar las líneas horarias (Fig.- 2): Si marcamos las proyecciones de los polos de la tierra P' y Q' sobre el plano del horizonte, los meridianos horarios serán círculos máximos que tienen que pasar por esas proyecciones. Siguiendo una de las técnicas posibles, que permiten, en el astrolabio, subdividir el círculo del Zodiaco, se divide el círculo ZN en 24 partes y se proyectan las subdivisiones desde P' sobre el círculo equinoccial.

No es el lugar de explicar el porqué de esta construcción, en caso contrario debería acompañar un tratado sobre la proyección estereográfica polar.

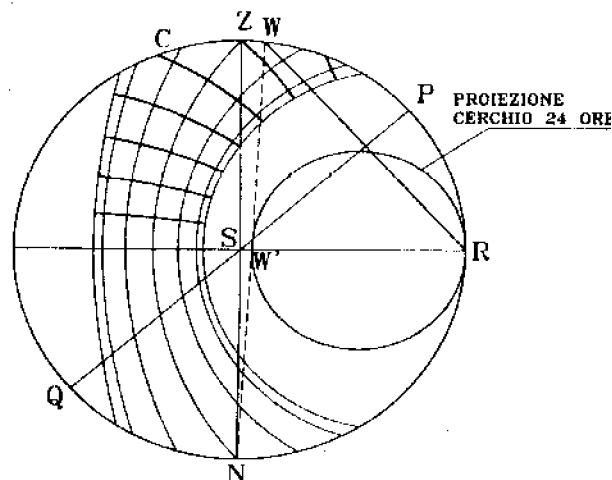


Fig. 3

Los círculos horarios de las horas "civiles" pasan por los puntos 1, 2, 3 etc.

El resultado final de la operación aquí descrita se puede ver en la Fig.- 3, en la que se han trazado tanto la parte útil de las líneas horarias como los arcos de círculo de todos los "Signos zodiacales."

El diagrama para las horas Itálicas y Babilónicas

He aprovechado la relativa claridad de la Fig.-3 para hacer un añadido: la línea WR que representa sobre el analema el círculo límite de las estrellas "siempre visibles".

Su proyección sobre el plano del horizonte es el círculo W'R.

Los círculos horarios de las horas Itálicas y Babilónicas, referidos en el analema, son los círculos máximos que pasan por los mismos puntos horarios de las horas civiles sobre el círculo ecuatorial, y son tangentes al círculo límite antes definido.

En la Fig.- 4 se representan los círculos relativos a estos dos sistemas horarios, pasando por la hora "1" sobre el círculo ecuatorial. No creo que sea preciso alargar más estas consideraciones.

En la Fig.- 4 bis, muy vistosa de contemplar, pero completamente ilegible, se ilustra el procedimiento completo para obtener todas las líneas horarias de los dos sistemas. Se puede observar que en el diagrama aparece también la proyección del círculo opuesto, el de las estrellas "siempre ocultas". Obviamente los planos tangentes al círculo de las "siempre visibles" son también tangentes a su opuesto.

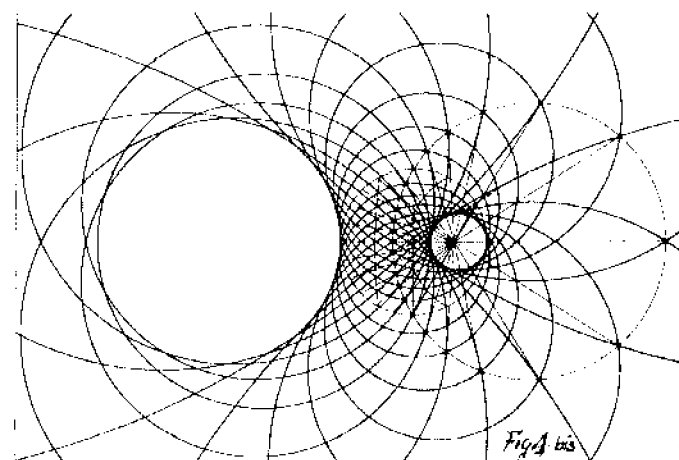
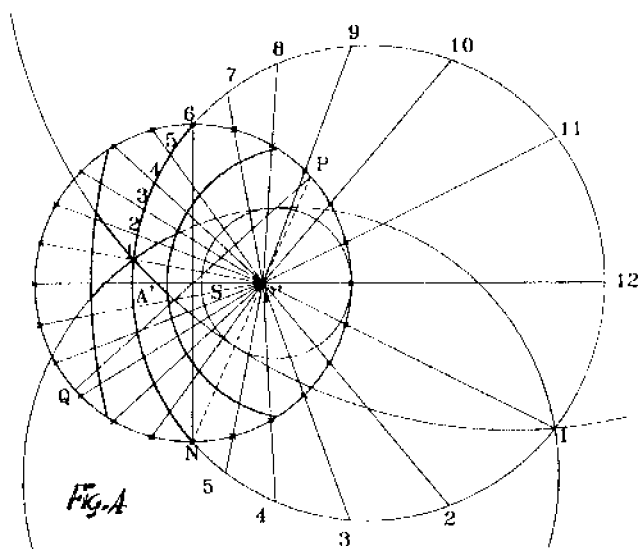


Fig 4 bis

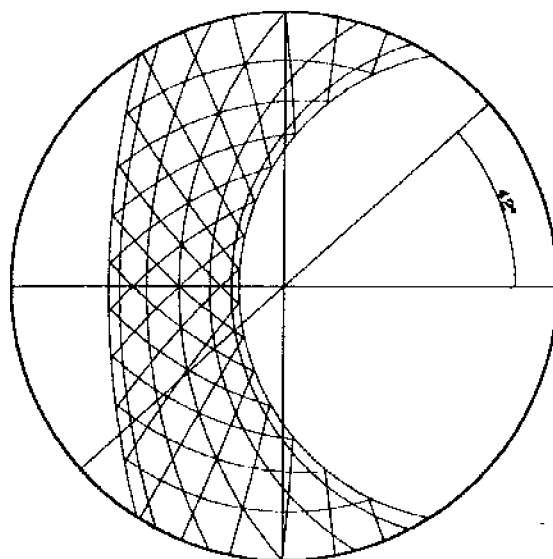


Fig 5

La Fig.- 5 ilustra el resultado final. Naturalmente al modificar la latitud, cambia el aspecto del diagrama.

Agostino del Pozzo y el reloj solar de pared

El "colega" Agostino del Pozzo escribió cerca de 500 páginas en latín para ilustrar la gnomónica bajo dos aspectos: el gráfico y el analítico. Y fue el primero, en Italia, que aplicó los logaritmos a las relaciones trigonométricas que regulan el dibujo y el cálculo de los relojes de sol. Sin embargo consideró oportuno proporcionar a los lectores de su libro las tablas de los parámetros para trazar sobre paredes verticales (para las latitudes de la llanura Paduana) los relojes de horas itálicas, teniendo en cuenta el tamaño del estilo perpendicular, sin necesidad de cálculos complicados. En aquella época acababan de aparecer las tablas de Colomboni, que también trataban del mismo tema.

Por último, al final del libro, añadió una pequeña "Muestra", en italiano, en la que ilustra un método para obtener los relojes sobre superficie plana por medio del diagrama de Oughtred.

Comienza esta parte afirmando, justamente, que este diagrama contiene en sí mismo todos los datos de las tablas, y que basta aplicarlo para trazar un reloj correcto.

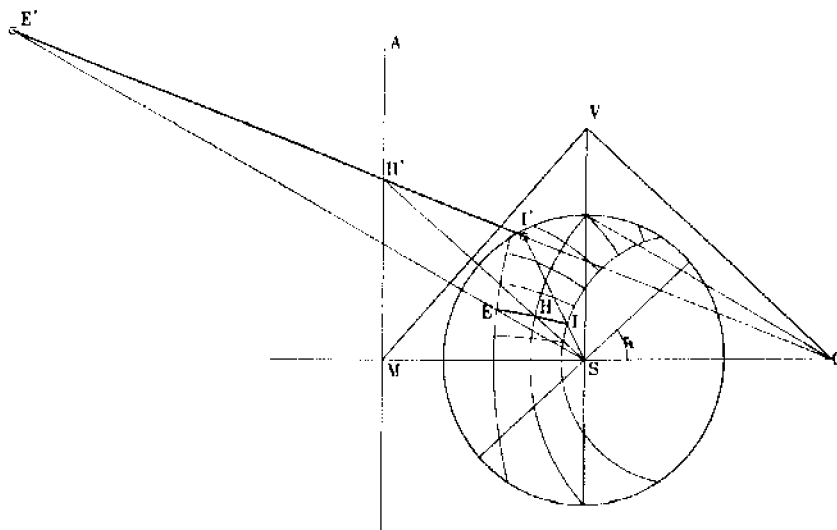
Sin embargo el ejemplo que adopta para explicar el método está completamente equivocado, desde el comienzo de la construcción del diagrama; tan equivocado que da la impresión que no conoce el tema sobre el que escribe. Además se refiere a la latitud de 45°, claramente inadecuada para ilustrar los detalles del método y las diferencias entre el reloj horizontal y el vertical. Es el principio general el que me ha dado que pensar.

Así pues he abandonado la exposición de mi probable conterráneo, y he reelaborado el problema, buscando una solución relativamente simple y "lógica". Quizás en este artículo aburra al lector, pero creo que sólo dentro de ciertos límites: expondré que se debe hacer para construir un reloj de sol horizontal y uno vertical con las horas "civiles" locales (que en una parte de Italia se llamaban "francesas" o Ultramontanas, y en otras partes "al uso español"; Además explicaré como debe diseñarse el reloj de horas itálicas horizontal, y aquí terminaré, porque es preciso tener bien claro el sentido de la medida (¿o porque sólo sé hacer estas horas?. Nunca lo confesaré).

También, como en otras ocasiones, comprendo que es correcto recordar que estas "acrobacias gráficas" deben clasificarse como curiosidades: los tiempos y los usos han decantado métodos más fáciles de explicar y de aplicar¹. Quizás pudiera llamar de nuevo

la atención, porque la "conversión" siempre es muy simple. Pero existen problemas de "calidad" del resultado, sobre todo para las horas extremas y para la hora central, y limitaciones de hecho que llevan a descartar la consideración de un uso práctico.

¡Cuántas cosas inútiles se hacen en la vida!



El reloj civil horizontal

Consideremos (Fig.- 6) el estilo vertical colocado en el centro del diagrama polar de Oughtred; sea SV su longitud y CVM el triángulo gnomónico. La recta AM será la línea equinoccial y el punto C el centro del reloj horizontal. Consideremos en el diagrama polar la línea horaria de la hora h , y en ella el punto H sobre la equinoccial: proyectando este punto desde el punto S obtenemos H' sobre la línea AM.

La recta horaria del reloj deberá ser, por tanto, CH'. Si sobre ella proyectamos los puntos E e I del diagrama de Oughtred, la longitud buscada de la línea horaria (el Heliodromo, según Kircher) será E'I'.

Obviamente debe repetirse la operación para cada línea horaria. Es posible que encontremos alguna pequeña dificultad, por ejemplo para definir los extremos de la línea meridiana CM, dejo al lector el encontrar el camino para superarla.

El reloj civil vertical declinante

Si giramos (Fig.- 7) el plano horizontal hacia arriba (o hacia abajo, es indiferente, pero hacia arriba es más sencillo) alrededor de la línea del horizonte de manera que el ángulo OAS sea igual a la declinación de la pared. La distancia OS será la proyección del estilo sobre el plano horizontal. Construyamos el triángulo gnomónico CVM en el que VO = OS.

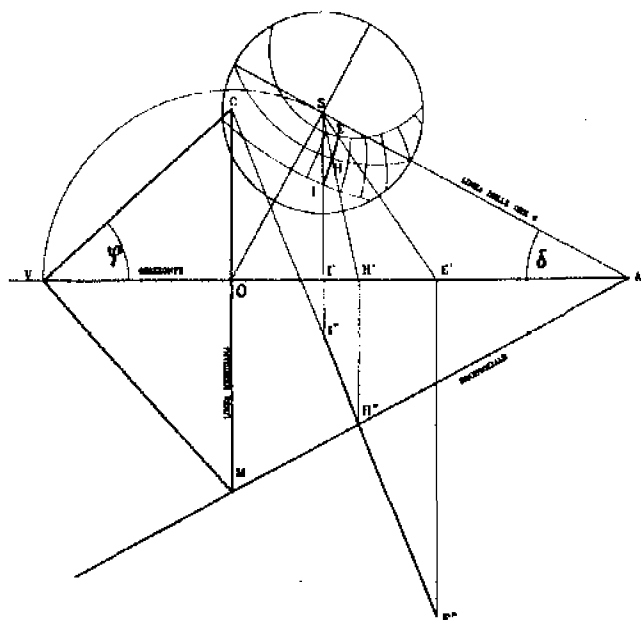
C es el centro del reloj y la línea equinoccial es MA.

La figura indica como se construye la línea de las 2 de la tarde: si proyectamos sobre el plano horizontal, se traza AV, los tres puntos "importantes" de la línea horaria: encontramos H' I' y E'. Desde H' se traza la vertical encontrando H'' sobre la equinoccial.

¹ Nota del traductor: podríamos hallar con toda facilidad el valor h de la altura del sol mediante la expresión

$$\sin h = \sin \varphi \cdot \sin \delta + \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos t$$

utilizando una calculadora. Pero perderíamos la visión en el espacio del fenómeno (intersección del plano horario con el círculo del sol, en el horizonte de la latitud del lugar).

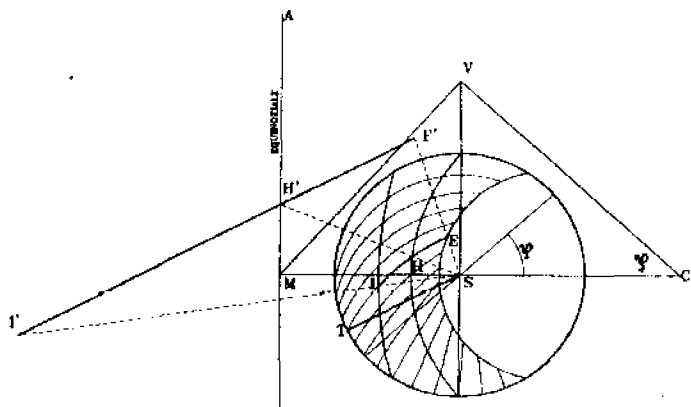


La línea horaria será CH'' ; para encontrar los extremos del antes mencionado Heliodromo se bajan verticales desde los puntos I' y E' .

¿Porqué líneas verticales? Elemental querido Watson: el reloj de Oughtred es "azimutal", y los planos que parten de S son "Verticales".

Reloj Itálico horizontal.

El método que he elaborado, creo que el más simple, (y que me llena de justificado (?) orgullo) es el siguiente (fig.- 8.)



Señalemos por medio del triángulo gnomónico VMC la posición de la equinoccial (como en la Fig.- 6, obviamente), la longitud SV del estilo vertical, y la posición V. del punto gnomónico.

Modifiquemos el diagrama de la fig.- 5 prolongando los arcos de círculo hasta el círculo límite del diagrama (siempre en la fig.- 8)

Después de esto se halla el punto H' sobre la equinoccial, que corresponde al punto H, y se traza el acimut ST.

Como el correspondiente al punto T está a distancia infinita, la línea horaria de la que se trata será ciertamente una recta que pasa por H' y es paralela a ST. Los límites del campo solar estarán individualizados por la proyección de los puntos I y E.

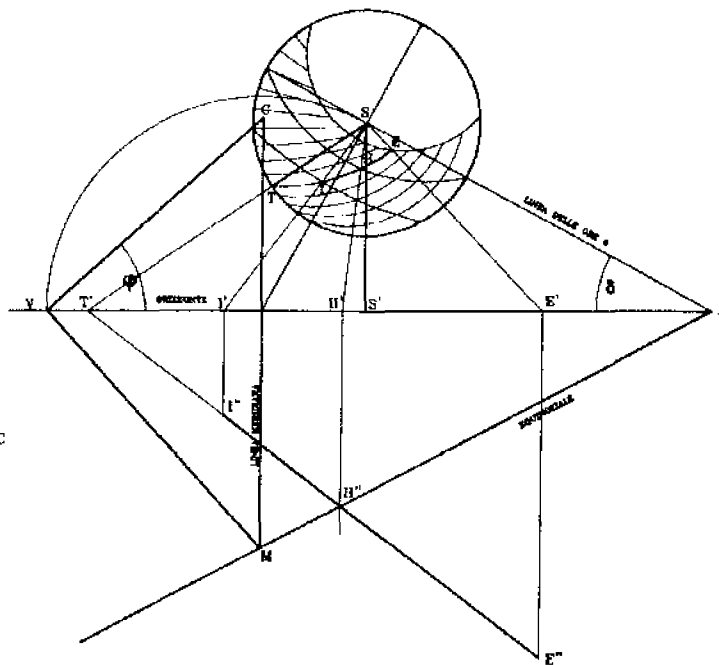
Reloj Itálico vertical declinante

Para el reloj vertical las consideraciones relativas al reloj itálico horizontal del reloj horizontal, en particular las referentes a la dirección ST siguen siendo válidas, pero esta vez la línea del horizonte está allí, en el reloj, y no en el infinito (fig.- 9). Por lo demás todo es igual que en el reloj vertical "civil".

Recorramos el mismo camino, y busquemos antes la semejanza que las diferencias. Es más sencillo y más fácil de recordar. (Aunque ahora tenemos que buscar dos puntos para cada línea horaria).

Giremos el diagrama hacia arriba (en el dibujo aparece girado porque está visto desde abajo) exactamente igual que hemos hecho para el otro reloj vertical; busquemos como en el reloj vertical precedente el triángulo gnomónico en relación con la línea meridiana y con el correspondiente reloj "equivalente".

La perpendicular SS' al plano horizontal será la longitud del estilo perpendicular a la pared (sólo para el reloj de horas itálicas).



Si, proyectamos ahora sobre la línea del horizonte el punto H, horario equinoccial de la línea (hora 19 a) que estamos examinando: podremos después de H' encontrar H'' sobre la equinoccial, como hicimos en el otro reloj. Si ahora prolongamos la línea ST hasta el horizonte en T' tendremos un segundo punto de la línea horaria que estamos buscando: esta será, pues, $T'H''$.

Los extremos E'' y E' de la línea horaria se encuentran como para el reloj vertical precedente

Conclusión

Quiero hacer notar al lector una singularidad, invitándole a confrontar la construcción "clásica" del reloj solar vertical con lo tratado anteriormente:

Para construir gráficamente el reloj vertical, orientado o declinante, se utiliza habitualmente un reloj ecuatorial que se abate alrededor de la línea del equinoccio del futuro reloj. En el abatimiento tienen origen los puntos horarios en la línea equinoccial y por consiguiente el resto del trazado. Para los extremos de las líneas horarias hace falta recurrir a una construcción suplementaria, que los constructores franceses evitaban mediante el "sciaterre". Para las líneas itálicas el método más usado es el conocido como "método de las medias horas", mientras que la determinación de los extremos de las líneas horarias se obtiene mediante la superposición del diagrama "itálico" a uno "francés" construido con anterioridad.

Estas son las razones por las que he escrito antes que nos encontramos con una teoría sugestiva, pero, tal vez, difícil de aplicar en la práctica ya que se aparta de la línea usual.

Con el método antes expuesto, se abate el diagrama de Oughtred alrededor al línea del horizonte, y desde ella se proyectan los extremos de las líneas horarias.

El método vale lo mismo para las líneas horarias francesas que para las itálicas o babilónicas, y permite hallar directamente y siempre con el mismo criterio los extremos de las líneas horarias.

La única verdadera "dificultad" consiste en el grado de precisión gráfica que se pretenda obtener, que depende de las dimensiones del dibujo, de la distancia entre el centro del reloj y la línea del horizonte, de las dimensiones de las líneas que se dibujen sobre la pared para obtener las proyecciones, del número de horas que se pretenda dibujar, ... etc.

A. Gunella, Nov. 2001

COMENTARIO DE LA REDACCIÓN,

Nota sobre la Proyección Estereográfica.

Se atribuye a Apolonio de Perga, que vivió a finales del siglo III y principios del II en Alejandría, autor del famoso tratado titulado simplemente "Cónicas", el descubrimiento de la proyección estereográfica de la esfera sobre el plano. Por lo menos existe una proposición en su libro que prepara este descubrimiento, que también es atribuido a Hiparco.

La proyección estereográfica fue utilizada para la construcción de ese admirable instrumento que es el Astrolabio plano, del que Filopón conserva una descripción en el siglo V de nuestra Era, que fue utilizado y conservado por los árabes después de los griegos. Y que ha dado lugar a una considerable bibliografía, desde la escuela de Alejandría hasta nuestros días.

Desde un punto de vista matemático la proyección estereográfica puede ser considerada como un caso particular de la "inversión geométrica" en el espacio.

La inversión es una transformación geométrica aparentemente muy sencilla. Si consideramos un punto P (Centro de inversión), una superficie cualquiera S, el radio vector que une el centro P con un punto cualquiera M de la superficie y la magnitud de este radio vector p y definimos como punto correspondiente al M el M' situado sobre el mismo radio vector pero con una distancia al centro de inversión p' tal que:

$$p' = k / p$$

la transformada por inversión de S será, en otra superficie S' que conserva propiedades topológicas, aunque no métricas ni proyectivas, de S ya que no es una transformación lineal.

Se demuestra con facilidad que la superficie inversa de una esfera es otra esfera, excepto en el caso que el centro de inversión esté situado en la misma superficie de la esfera origen, en cuyo caso es un plano.

Esta propiedad es el fundamento de la proyección llamada *estereográfica*.

También es fácilmente demostrable que la figura inversa de un círculo es otro círculo, o una recta, si el primer círculo pasa por el centro de inversión, y que la transformación es "conforme", lo que quiere decir que el ángulo formado por dos líneas que se cortan se conserva en las líneas transformadas (en realidad el ángulo formado por las tangentes a ambas líneas en las superficies directa y transformada).

La proyección estereográfica es un caso especial de esta transformación, no lineal, en el que se toma como centro de inversión un punto destacado de la esfera celeste (Polo, Zénit, Polo de la Eclíptica, etc.), según las propiedades de las magnitudes que se desea manejar, y el plano de proyección es tangente a la esfera en el extremo opuesto del diámetro que pasa por este punto. ($k=1$)

En este artículo M.M. Valdés nos presenta un muy acabado estudio sobre las circunstancias históricas que motivaron la errónea representación en el plano del reloj de las líneas correspondientes a las horas temporarias, que, según indica, nunca habían sido correctamente representadas desde la antigüedad, hasta el siglo pasado y han sido causa de un debate teórico que se remonta a más de 300 años. El tema es muy interesante aunque no sencillo y una vez más nos sorprende el autor con su erudición. Sería deseable, que en un nuevo artículo sobre este tema nos mostrase algunos ejemplos gráficos de la figura de estas líneas. ML

LA NATURALEZA GEOMÉTRICA DE LAS HORAS TEMPORARIAS

M.M. VALDÉS

La discusión acerca de la naturaleza geométrica de las líneas horarias temporarias y sobre tipos de cuadrantes solares que las indican, ha sido uno de los debates más interesantes de la gnomónica, que duró cerca de 300 años desde nuestra actualidad.

Desde los inicios en el siglo V a.d.C existen muchas evidencias escritas acerca de su trazado como líneas rectas¹ en los cuadrantes trazados sobre superficies planas, y resulta curioso, que siendo uno de los sistemas horarios más antiguos su fundamento matemático no haya sido completamente resuelto y demostrado hasta finales del siglo XIX, justo cuando ya no se empleaba este sistema horario. La explicación de este extraño fenómeno tiene diferentes explicaciones históricas que serán abordadas en este artículo.

El trazado de este tipo de cuadrantes por el analema de Vitruvio muestra como este tipo de cuadrantes está enlazado con el viejo problema de la trisección de un ángulo. El trazado por analema necesitaba del orden de 1000 trazos para su construcción, y puede decirse que los errores debían vigilarse con extrema precaución.

Abul Hassan en el siglo XIII d.C realiza relojes para latitudes de 30 grados empleando líneas rectas que pasan por las proyecciones gnomónicas de los dos Trópicos y por el ecuador², esta metodología fue una norma en la gnomónica árabe de los siglos posteriores. Evidencia esta, que se puede comprobar en el numeroso catálogo de relojes de piedra de la época.

Nada hace suponer que los Europeos de la época lo pusieran en duda; de esta forma, a mediados del siglo XVI Federico Commandinus el gnomonista que comentó los escritos de Ptolomeo sobre el trazado del Analema en su "*De Horologiorum descriptione*", Roma, 1562, Página 54., creía que las líneas horarias temporarias trazadas sobre los relojes solares se fundamentaban en la proyección gnomónica de sus círculos máximos.

En realidad, Commandinus realizó la demostración para cada hora temporaria en tres puntos: uno en el Ecuador y los otros dos en los Trópicos opuestos (Cancer y Capricornio), comprobando geométricamente que estos tres puntos pertenecían a un círculo máximo de la esfera celeste.

Su demostración era correcta, pero no dice nada acerca de la proyección del resto de paralelos celestes. Así se puede afirmar, que la proyección de estos tres puntos están contenidos en un círculo máximo celeste y, afirma como cierto que el resto de los puntos de la curva horaria están contenidos en un círculo máximo.

Con Commandinus, casi todos los gnomonistas de la época afirmaron, sin discusión alguna, que la naturaleza de las horas temporarias sobre los cuadrantes planos debían ser rectilínea.

El primero que renegó de esta afirmación fue Franciscus Maurolycus en su "*Opuscula Matemática*" de 1575, Pg 75. en la que comenta: "*De lineis horarum inaequalium status tacere duxi, quoniam neque periferiae, quae in dorso, neque illae, quae insane* (Fallo de imprenta: in facie) *Astrolabii delineari solent, certis innitur geometriae fundamentis*". Abriendo un debate gnomónico que duraría tres siglos en aclararse.

Cristophorus Clavius construye, en su gran obra "*Gnomonices*" (1581), un reloj de horas temporarias con líneas rectas uniendo puntos de los trópicos de Cancer y Capicornio para trazar cada hora temporaria, sin lugar a dudas él conocía la obra de Commandinus, y nada nos hace dudar que se fundamentó en su error.

Pero es de suponer que la duda le inquietaba, ya que, una década después de la publicación de su "*Gnomonices*", Clavius reconoce en su libro "*Astrolabium*" haberse esforzado durante ese tiempo en una demostración definitiva de la naturaleza de las líneas horarias ("*Haec res non paucos annos acriter me torsit*"), hasta que llega finalmente a la conclusión: "*non dari circulos maximos horarum inaequalium*".

Puede considerarse este escrito de Clavius, como la primera consideración seria que se acercó a la verdadera naturaleza de las curvas horarias temporarias, pero considerando su representación fuera de los círculos máximos en las que se había inscrito hasta entonces. No obstante deja dudas serias

1 Esto indica, mediante la proyección gnomónica, que estas divisiones celestes debían estar contenidas en círculos máximos. Algo que tardó en ponerse en duda.

2 Puede verse esto con detalle en Louis Amelie Sédillot que traduce su obra del árabe en 1834.

sobre la auténtica naturaleza de las líneas horarias³. Con ello quiere decir que para trazar las horas antiguas es necesario dividir en seis partes el arco semi-diurno de todos los días del año.

La demostración de Clavius fue seguida por algunos autores posteriores como P. Giulio Fulgiatti en "*De gli Horivoli a Sole*", IV Parte, Cap. IV y P.E. Maignan en su "*Perspectiva Horaria*", pero no aparece ampliada, sino como una simple mención a su trabajo. Los gnomonicistas de los siglos XVII y XVIII escriben sobre la naturaleza de las curvas horarias temporarias, pero su discurso carece por completo de demostraciones matemáticas.

La lista de Gnomonicistas que comentan la sospecha de la naturaleza curvada de las horas Temporarias empieza por el francés Philippe De la Hire que escribe en 1682: "*Ces sortes d'heures n'ont point de cercles dans la sphère qui les represent*",

Claude Francis Millet Dechaes en 1690 "*Hae lineae sunt sive curvae sive rectae ... in pluimis horologiis fere lineae rectae*",

Jean Etienne Montucla en 1758: "*Les lignes de ces sortes d'heures ne sont point drites, mais courbes, et meme d'une sorte très bizarre*",

Francesco Jacquier en 1765: "*Neque enim in hoco nostro horologio pro circulis haberi debent curvae horariae, quae pertinent ad sublimiorem curvarum ordinem, quae duplicis curvaturae appellant geometrae*"

James Ferguson 1790: "*We must take as many declinations of the sun as are thought necessary ... and curve lines drawn through the points of a homologous division*",

Giuseppe Settele en 1815 en una carta dirigida a Fr. Peter dice: "*Ho determinato i diversi punti della medesima (sc. linea horaria) ed trovato una curva serpeggiante a guisa di S allongato*"⁴.

Todos estos autores afirmaron que las curvas horarias temporarias no son líneas rectas, indicándolo tan sólo en sus ilustraciones y en ningún caso en una demostración matemática profunda.

Sólo el matemático Holandés P. Hellingwerf en 1718 fue el primero en hacer una aportación matemática al problema, pero su trabajo tuvo poca difusión en la época debido a lo poco conocido de su idioma.

Años después Delambre avivó de nuevo el debate negando las demostraciones realizadas hasta la época: "*Les lignes horaires sont des lignes droites, quoique en dise Montucla*", ambas frases son correctas: Las curvas horarias temporarias son círculos máximos y su proyección gnomónica sobre un plano son líneas rectas: "*si clairs et si évidens, qu'acun n'a pris la peine de les démontrer, ce qui reste, ne serait ni long ni difficile*"

G. Settele respondió a Delambre apelando a las pruebas matemáticas, pero la verdad es que estas demostraciones no tenían mucha autoridad ya que se habían encontrado múltiples fallos. Durante los siguientes años las demostraciones se fueron refinando y Delambre acabó por reconocer su error, tanto es así que como anécdota acabó añadiendo una demostración propia.

El primero que determinó la forma curva analítica⁵ de las horas temporarias mediante su proyección en un plano horizontal fue W.A. Cadell que en 1818 publicó un trabajo que tuvo su continuación varias décadas después con Thomas Stephens Davis, ampliando la idea de su predecesor a relojes sobre superficies no planas. Demostrado en todo momento que los arcos horarios temporarios no pasan por un círculo máximo, y evidenciando que su proyección gnomónica no son líneas rectas (tal y como se creyó en la antigüedad).

Los trabajos de W. A. Cadells sobre la proyección de estos círculos horarios temporarios sobre superficies planas mostraron que su aproximación como rectas era completamente erróneo, y su error crecía cuanto más alejada era la latitud del ecuador terrestre. Las líneas que trazó para latitudes mayores de 60° tenían la forma de la letra S.

En 1913 K. Schoy ("*Arabische Gnomonik*", Cap. III) define la forma analítica de algunas horas de rezo árabe, como el Zohr, y describe las curvas horarias con un método basado en Moivre bastante novedoso en aquella época. La continuación analítica un año después por Hugo Michnik y finalmente Joseph Drecker en 1925 en el que muestra tablas de errores cometidos en la aproximación a líneas rectas que se hacía en la antigüedad de las horas temporarias. Toda esta escuela cerró el debate a comienzos del siglo XX.

Los estudios hacen ver que el error cometido es creciente con la latitud, siendo apreciable a partir de los 60°. Pero resulta difícil entender la razón por la que tantos insignes gnomonicistas no dieron con la solución, ni siquiera con la sospecha. No obstante a continuación aportamos algunas de las razones que posiblemente influyeron en su desinterés o erróneas

3 Se puede ver en *Astrolabium lib. i lemma 39*: "*Circuli maximi transeunt per horas in aequales Aequatoris, et duorum parallelorum oppositorum, non necessario per horas in aequales parallelorum intermediorum transeunt in sphaera obliqua*"

4 Puede encontrarse en imprenta el contenido completo de la carta en *Atti dell'Accademia Romana di Archeologia, T.I., Parte II, pp +63*. Describe un comentario acerca de las líneas horarias encontradas en los relojes de las excavaciones de Delos.

5 Las curvas celestes que dividen el arco semidiurno en seis partes ἑκτημόριον que significa "Sexta parte", aunque creo que en castellano debería decirse hexemorión (Esto es una suposición mía, sexta parte debería pronunciarse como Hexa, al igual que Hexágono).

teorías sobre la representación gráfica de las trazas de estas horas.

- Para dibujar el analema se necesitan casi 1000 trazos, el error se diluye entre tantas operaciones de dibujo, siempre que se esté por debajo de 60° de latitud. Se puede decir que la gnomónica de estas épocas se movía entre los 50° y los 30°. Resulta curioso ver que un matemático holandés es el primero en evidenciar una demostración P. Hellingwerf, continuándolo dos escoceses. Todos ellos estaban situados en países correspondientes a grandes latitudes.
- La proyección de tres puntos celestes que corresponden a una Hexemoria están contenidos en un círculo máximo, y este es el método más extendido y popular "de los tres puntos" para su trazado. Resultaba, en la práctica, un problema latente.
- Los gnomonicistas del XVI no incluían demostraciones. , esta molesta tarea la empezó C. Clavius. La demostración estaba a veces unida a la "trisección de un ángulo" problema no resuelto (negativamente) hasta el año 1836 por Wantzel. Históricamente René Descartes a comienzos del XVII crea su teoría matemática hoy día llamada *Geometría Analítica* que ayudaría a representar curvas. Y Moivre emplea su fórmula en el año 1738.
- Desinterés por el sistema horario temporario, que ya desde el siglo XVII deja de ser empleado en gran parte de Europa. Los sistemas de horas iguales (Babilónicos, Itálicos y Horas solares) se abren camino junto con unos instrumentos mecánicos que apenas las miden: mal denominados relojes. La gnomónica de estos siglos es puramente divulgativa, se inician caminos de investigación en los relojes proyectivos⁶ (Ortográficos y Estereográficos) dejando atrás esta forma de medir el tiempo ¿Cuántos relojes proyectivos de horas temporarias han visto los estimados socios? ⁷, particularmente, no he visto ninguno.

No obstante hoy en día muchos de los gnomonicistas modernos siguen trazando las horas en los relojes de horas temporarias como si fuesen líneas rectas (tanto si se ubican en latitudes cercanas al ecuador o muy alejadas), tal vez por mantener la estética, tal vez por dar un aspecto clásico a su trazado, tal vez por desconocimiento. Y hoy es más difícil de creer, tanto más cuando muchos de nosotros empleamos, para representar las proyecciones

6 A mi modesto entender mal denominados analemáticos. (Cuestión que dejo abierta para futuros debates.)

7 Me gustaría que se remitiera una respuesta a esto en futuras ediciones de la revista. Sería suficiente un ejemplo de construcción, una exposición teórica o bien un trazado antiguo.

gnomónicas y diseñar las líneas horarias potentes ordenadores de mesa, capaces de emplear miles de puntos para definir y representar una Hexemoria.

BIBLIOGRAFÍA

1. Drecker, J., "Die Geschichte der Zeitmessung und der Uhren (Die Theorie der Sonnenuhren)", Vereinigung Wissenschaftlicher Verleger, 1925, Die Geschichte der Zeitmessung und der Uhren (E), Berlin y Leipzig.
2. Sédillot, Jean Jacques, "Traité de instruments astronomique des Arabes composé par Aboul Hanan de Maroc", 1834, París, 2 Volúmenes, existe un suplemento del año 1844.
3. Schoy, Karl, "Arabische Gnomonik", Archiv der Deutschen Seewarte, 1913,XXXVI,nº1,pp-40.
4. Hellingwerf P. "Wiskonstige Oefening", Amsterdam, 1718
5. Setelle. *Memoria sopra la forma delle linee orarie* 1816. Roma
6. Michnik, Hugo "Beitrage zur Theorie der Sonnenuhren". B. G. Teubner,1914,nº 264, (1), Jahresberichte des Kgl. Gymnasius Beuthen O.-S. Marzo.
7. Clavio, Cristophoro, "Gnomonices libri octo", F. Zanetti, 1581, Roma
8. Valdés M.M. "Errores comunes en los relojes Solares" Analema, n º33. Pag. 6
9. Davis, Thomas Stephens, "An Inquiry into the Geometrical Character of the Hour Lines upon the Antique Sundials". Transactions of the Royal Society of Edinburgh, 1834, VIII, pp 77-122
10. Cadell, W. A. "On the lines that divide each semidiurnal arc into six equals parts", Transactions of the Royal Society of Edinburgh, 1818, XII

M.M Valdés

MARZO 2002 ☐



Luis Hidalgo expone el cálculo de un reloj vertical declinante conociendo la declinación del muro. Aunque el trazado del reloj declinante es muy conocido, incluso por métodos matemáticos como el que aquí expone, la simplicidad y sencillez de obtención de las fórmulas nos aconsejan su publicación, ya que se deducen de forma muy sencilla mediante cuatro triedros sucesivos: el primero para el cálculo de la subestilar, el segundo para las líneas horarias, el tercero permite hallar la longitud de las sombras del estilo y el cuarto determina las horas límites de iluminación. Un ejemplo numérico aclara la aplicación de estas fórmulas

MÉTODO SIMPLIFICADO PARA EL DISEÑO DE UN RELOJ VERTICAL CONOCIENDO LA DECLINACIÓN GNOMÓNICA DEL MURO.

L. HIDALGO VELAYOS

Se han comentado en varios artículos de "Analema" los procedimientos para averiguar la declinación gnomónica de un muro, recomendando siempre el de mi estimado amigo y gran colaborador de este boletín J. de la Calle, como el más preciso y sobre todo cómodo, porque no se necesita nuestra presencia física en el futuro lugar de implantación, para obtener el valor de la declinación (Ver *Analema* nº 1 y su reciente publicación "Iniciación al diseño de los relojes de sol").

Conocida la declinación gnomónica, todo se reduce a resolver una serie de triángulos esféricos derivados de cuatro triedros con los que se obtienen los parámetros necesarios para la realización de un reloj vertical declinante.

Estos parámetros son:

D = declinación gnomónica del muro (conocida)

φ = latitud del lugar de construcción del cuadrante (conocida)

α = ángulo que forma el estilo con la subestilar

β = ángulo que forma la subestilar con la línea vertical de las XII horas

H_s = Hora de la línea subestilar

x = ángulo que forma una línea horaria con la vertical de las XII

H = ángulo horario (expresado en grados)

L = longitud del estilo

λ = ángulo del estilo con una línea horaria

γ = ángulo de la subestilar con una línea horaria

δ = declinación del Sol

δ_0 = declinación del Sol cuando el orto u ocaso tiene el mismo acimut que el muro.

x_a = longitud de la sombra del estilo sobre una línea horaria.

Triedro I. Cálculo de la subestilar

Cuando el Sol está en un plano perpendicular al muro, la sombra del estilo estará en la subestilar, que es el eje de simetría del reloj, como lo es la línea de las XII si el muro no tiene declinación. El estilo forma con la línea de las XII y la subestilar un triedro según se muestra en la figura 1. Este triedro origina el triángulo esférico ABC, en el que el ángulo A es recto por ser la subestilar la proyección ortogonal del estilo. El ángulo B vale $90^\circ - D$, según la orientación del muro y el lado a (hipotenusa) vale $90^\circ - \varphi$, porque el estilo es paralelo al eje del mundo.

Nos interesa conocer: el lado b, o altura del estilo α , el lado c, ángulo horario β de la subestilar y el ángulo C que es la hora de la subestilar, H_s .

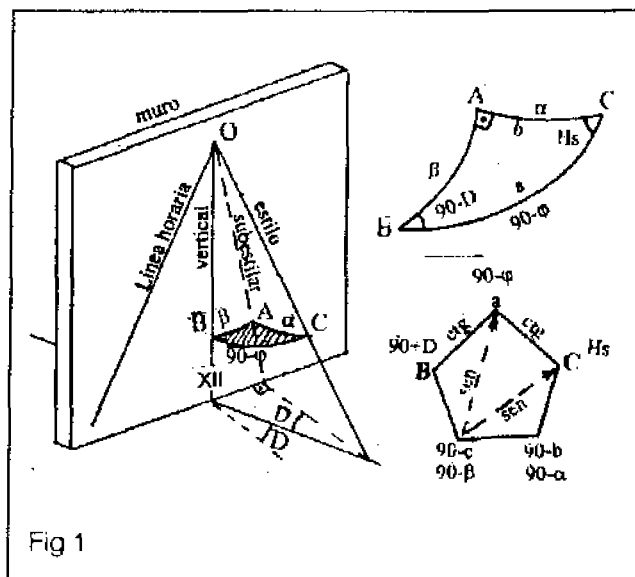


Fig 1

Al ser un triángulo rectángulo, aplicamos la regla del pentágono de Neper que dice: el coseno de un vértice es igual al producto de los senos de vértices opuestos y también es igual al producto de las cotangentes de los vértices contiguos.

Así: $\cos (90^\circ - b) = \sin a \cdot \sin B$ y sustituyendo los parámetros se tiene: $\sin \alpha = \cos \varphi \cdot \cos D$.

De forma semejante se obtienen:

$$\operatorname{tg} H_s = \operatorname{tg} D / \sin \varphi \quad \text{y} \quad \operatorname{tg} \beta = \sin D / \operatorname{tg} \varphi$$

Triedro II. Cálculo de las líneas horarias.

Una línea horaria cualquiera forma con el estilo y la subestilar un triedro, según se ve en la figura 2. En el triángulo esférico se conoce el ángulo C (ángulo horario H), el ángulo A, que vale $(90^\circ - D)$ y el lado b, que es igual a $(90^\circ - \varphi)$.

cuando se trata de elementos correlativos se puede aplicar la siguiente fórmula:

$$\text{ctg } c \cdot \sin b = \cos b \cdot \cos A + \sin A \cdot \text{ctg } C.$$

sustituyendo valores se obtiene

$$\text{ctg } x \cdot \cos \varphi = \sin \varphi \cdot \sin D + \cos D \cdot \text{ctg } H$$

$$\text{tg } x = \cos \varphi / (\cos D \cdot \text{ctg } H + \sin \varphi \cdot \sin D)$$

Se ha de aplicar el signo + a las horas que están del lado de la subestilar y el signo - a las horas del lado opuesto.

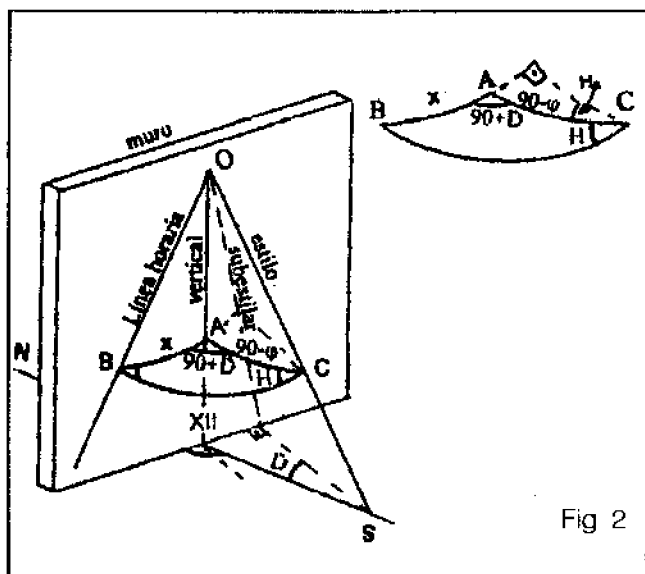


Fig 2

Un caso particular que puede servir de comprobación, es el valor angular de la línea que representa las 6 ó 18 horas con respecto a la vertical de las XII; al ser $H = 90^\circ$ se tiene: $x_6 = 1 / \text{tg } \varphi \cdot \sin D$

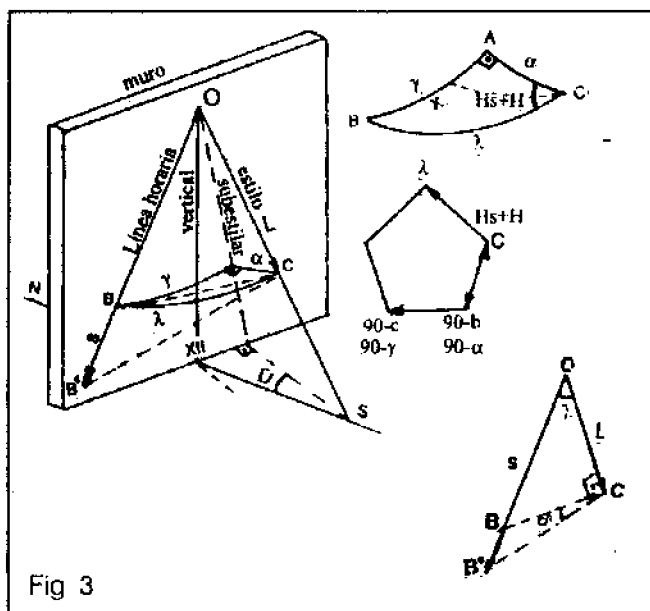


Fig 3

Triedro III. Cálculo de la longitud de la sombra del estilo

El trazado de las líneas de declinación diaria requiere el cálculo de la longitud de la sombra, pues su extremo la irá siguiendo durante el día. Para ello se calcula primero el ángulo γ que la subestilar forma con la línea horaria, H.

En la figura 3 se muestra, el triedro que se forma sobre la subestilar y el triángulo esférico ABC, rectángulo en A. En el cual, el ángulo en C vale la suma $(H_s + H)$, de los ángulos horarios de la subestilar (ya calculada) y de la línea horaria. Esto nos permite calcular γ : $\cos (90^\circ - \alpha) = \text{ctg } (H_s + H) \cdot \text{ctg } (90^\circ - \gamma)$, luego $\text{tg } \gamma = \sin \alpha \cdot \text{tg } (H_s + H)$

Conocido el ángulo γ de la línea horaria, se puede calcular el ángulo λ que el estilo forma con su sombra, por medio del triángulo plano OCB. Este ángulo es independiente de la declinación del Sol (según la gnomónica). Podemos suponer que es un día de equinoccio y por lo tanto es recto en C. Luego: $\cos \lambda = \cos \alpha \cdot \cos \gamma$

Calculado el ángulo λ se puede conocer la longitud que tendrá la sombra en un día cualquiera. Aplicando el teorema de los senos, se tiene que:

$$s / \sin (90^\circ - \delta) = L / \sin (90^\circ \pm \delta + \lambda).$$

$$\text{por tanto: } s = L \cdot \cos \delta / \cos (\lambda \pm \delta)$$

Triedro IV. Cálculo de la hora límite

Las horas que deben marcarse en la cara de un reloj dependen de la orientación del plano del reloj y de las horas de la salida o puesta del Sol.

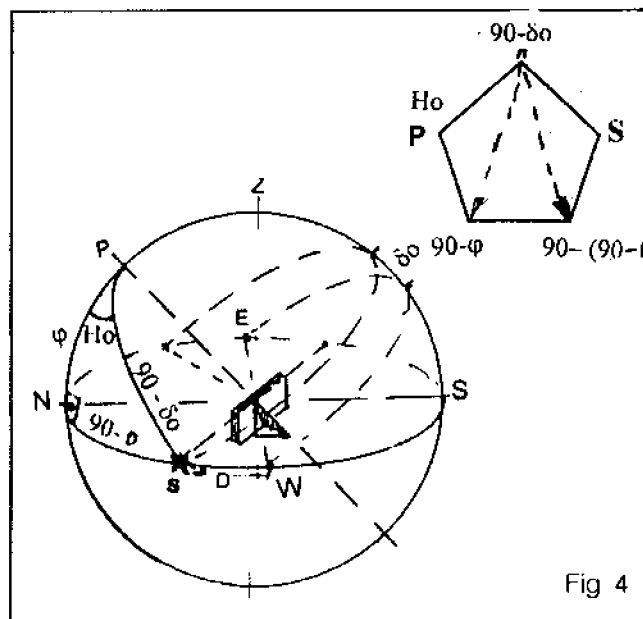


Fig 4

Para calcular la hora límite que debe marcarse, se puede trazar un triedro como el de la figura 4, en que el acimut del Sol coincide con la declinación del muro.

Se desprende que: $\sin \delta_o = \cos \varphi \cdot \sin D$, siendo δ_o la declinación del Sol para el día en que el acimut del orto (o del ocaso) es igual al del muro, D. Aplicando $\pm \delta_o$ a la ecuación: $\cos H = -\operatorname{tg} \delta_o \cdot \operatorname{tg} \varphi$ (arco semidiurno) obtendremos las horas límites.

Ejemplo numérico

Para clarificar el método pondremos un ejemplo de diseño con datos numéricos, para un lugar de latitud $\varphi = 40.78^\circ$ N y un muro que declina al Este, $D = 17.34^\circ$.

1). Aplicando las fórmulas del triedro I tenemos que $\alpha = 46.28^\circ$; $\beta = 19.06^\circ$ a la izquierda de la línea vertical de las XII y $H_s = 25.55^\circ$ que divididos por 15° que tiene la hora, equivalen a $1.7h = 1h 42m$ y $12h - 1h 42m = 10h 18m$, esto es, que a las 10h 18m, la sombra del estilo caerá sobre la subestilar todos los días.

2). Aplicando la fórmula del triedro II, con el signo + cuando son horas del mismo lado que la subestilar, es decir a la izquierda en este caso y - al lado contrario de aquella, tenemos que la línea de las 11h está a 11.39° a la izquierda de la vertical (línea de las XII) cuando $H = 15^\circ$, que las 10h está a 22.28° ($H = 30^\circ$), las 9h a 33.38° ($H = 45^\circ$), las 8h a 45.53° ($H = 60^\circ$), las 7h a 59.25° ($H = 75^\circ$) y las 6h a 75.58° cuando $H = 90^\circ$. Al lado contrario de la subestilar (a la derecha) emplearemos el signo - y dando los mismos valores a H obtendremos: las 13h a 12.67° a la derecha de la vertical (línea de las XII), las 14h a 27.43° , las 15h a 44.89° , las 16h a 64.79° y las 17h a 85.38° .

Como comprobación; el ángulo para las 6h será:

$$\operatorname{tg} x_6 = 1 / \sin D \cdot \operatorname{tg} \varphi = 75.58^\circ$$

que es el mismo hallado anteriormente para las 6 de la mañana.

3). Si queremos dibujar las líneas de declinación diurnas (hipérbolas) y sólo a título de ejemplo lo efectuaremos con la hipérbola del solsticio de verano, cuando la declinación del Sol δ es de 23.44° (21 de Junio).

Dando valores a $L = 100mm$ y $\alpha = 46.28^\circ$, se obtienen los valores de γ para las 12h = 25.5° para 11h = 7.66° ; para 10h = 3.21° ; para 9h = 14.31° , para 8h = 26.37° ; para 7h = 40.18° ; para 6h = 56.51° y las vespertinas para 13h = 31.73° ; para 14h = 46.49° ; para 15h = 63.95° y para 16h = 83.85° .

En el mismo triángulo; $\cos \lambda = \cos \alpha \cdot \cos \gamma$; los valores de λ serán para 12h = 51.40° ; para 11h = 46.76° ; para 10h = 46.36° ; para 9h = 47.95° ; para 8h = 51.74° ; para 7h = 58.30° ; para 6h = 65.12° ; y las vespertinas; para 13h = 53.99° ; para 14h = 61.58° ; para 15h = 72.33° ; y para 16h = 85.75° **

Las distancias s (desde el polo del reloj hasta la curva hipérbola de verano) serán: sobre las 12h = $350.8mm$; sobre 11h = $270.8mm$; sobre 10h = $265mm$; sobre 9h = $287mm$; 8h = $358mm$; sobre 7h = $638mm$ y las vespertinas: sobre 13h = $421mm$ y sobre 14h = $1056mm$, que ya se sale de los límites del cuadrante y por tanto no se dibujaría.

4). Finalmente. Aplicando las fórmulas del triedro IV se obtiene $\delta_o = \pm 13.04^\circ$ indicando que los dos días en que el Sol tiene una declinación de $+13.04^\circ$, el Sol sale con el mismo acimut que tiene el muro, precisamente $\cos H = -\operatorname{tg} \delta_o \cdot \operatorname{tg} \varphi$ (arco semidiurno para esos dos días, el 24 de abril y 16 de Agosto); $H = 101.5 / 15^\circ = 6.76h = 6h 46m$. La hora límite de la mañana será a las $12h - 6h 46m = 5h 13m$, indicando que esa hora es la más temprana que puede marcar el reloj. Si sustituimos en la fórmula precedente el valor -13.04° , $H = 78.47^\circ / 15^\circ = 5.23h = 5h 13m$, $12h + 5h 13m = 17h 13m$, la hora límite vespertina en los dos días en que la declinación del Sol es -13.04° (14 Febrero y 28 Octubre).

** Conociendo los valores de γ también se pueden dibujar las líneas horarias aunque es preferible usar la vertical de las XII que es más segura que la subestilar. Es aconsejable utilizar, en lugar del transporte angular sujeto a errores, un sistema de coordenadas cartesianas tomando los valores de las tangentes o cotangente.

L. HIDALGO
DICIEMBRE 2002



Jesús de la Calle es un habitual colaborador de nuestro Boletín "Analema", donde ha publicado numerosos artículos y comentarios. Es autor también de varios relojes solares situados en edificios oficiales y de la recopilación, muy conocida por nuestros lectores, "Las Leyendas latinas de los relojes de sol". En el siguiente artículo explica el sencillo e intuitivo procedimiento del "reloj equivalente" para diseñar un reloj plano orientado con cualquier acimut e inclinación, considerando el trazado de un reloj horizontal en un lugar de longitud y latitud tales que el plano horizontal de este lugar sea paralelo al del reloj que se desea calcular.

COMENTARIOS SOBRE RELOJES EQUIVALENTES

J. DE LA CALLE

Es de todos conocido que dos relojes de sol serán idénticos en su trazado si están colocados en un mismo plano o en planos paralelos, pues es evidente que recibirán los rayos de sol de igual forma, aunque estén en lugares distintos de la Tierra.

Esto es cierto para todos los relojes planos, no sólo para los relojes de estilo polar. Un caso de reloj analemático está muy bien descrito por Luis Hidalgo en su artículo de la revista Analema nº 2 de Mayo - Agosto de 1991.

El concepto de reloj equivalente es muy conocido, y constituye un artificio de una gran eficacia. Es tan útil como herramienta de diseño que vale la pena dedicar a este tema unos comentarios y recopilar algunos conceptos en los diferentes casos de los cuadrantes clásicos.

A) El caso más simple y muy conocido es la transformación de un reloj vertical a otro horizontal que está situado en un lugar distinto.

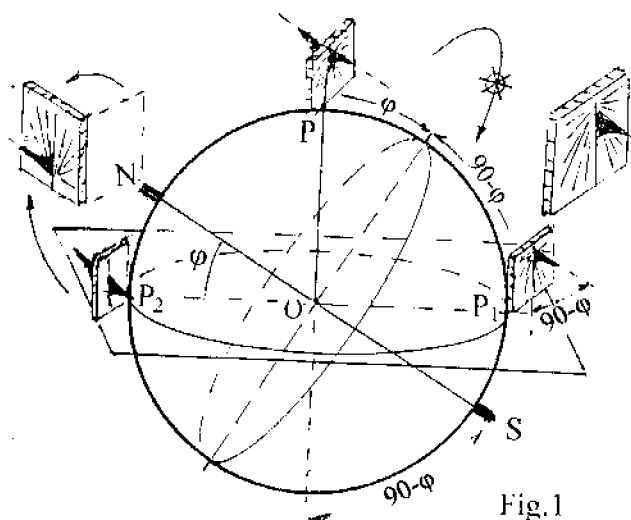


Fig.1

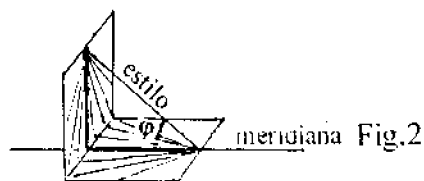


Fig.2

En la figura 1 se representa la esfera terrestre, cuyo eje del mundo es la línea N-S.

En el lugar P, de latitud ϕ , hay situado un reloj vertical (inclinación, $i = 90^\circ$). Si este reloj se desliza

paralelamente hasta el punto P1 de latitud ϕ_1 , del hemisferio Sur, tal que $\phi_1 = 90 - \phi$, quedará en este lugar como un reloj horizontal, idéntico, equivalente al anterior.

Solamente una cosa puede cambiarse y es que a este reloj se le puede añadir alguna línea horaria, tal como la hora 19, porque al ser horizontal habrá sombra del estilo, a esa hora, en nuestros meses de verano. Recordemos que en este reloj P1 habrá sombra del estilo siempre que el Sol esté por encima del horizonte del lugar, mientras que en P habría que dibujar una línea horaria en el reverso del cuadrante, donde no habrá sombra si prolongamos el estilo hacia atrás.

Si el reloj se desplace desde P hasta P2 tendremos también en ese lugar un reloj horizontal. En este caso hay que tener en cuenta que sus horas de insolación tienen una diferencia de 12 horas. Es decir, que en ese lugar será de noche para las horas que se indican en el reloj en P. Luego, las marcas de las horas estarán por la cara de la izquierda y el estilo será semejante al de la parte izquierda de P (reverso), o lo que es lo mismo, estará apuntando hacia arriba, y la numeración de las horas deben estar marcada en sentido contrario.

En la figura 2 se muestra la asociación de un reloj vertical con otro horizontal teniendo común la varilla del estilo, que explica por sí mismo una transformación, al abatir 90° a uno de ellos.

Esta figura es muy utilizada en Gnomónica para explicar el reloj vertical.

Conclusión: El diseño un reloj vertical para el lugar de latitud ϕ es lo mismo que el de un reloj horizontal para la latitud $90 - \phi$.

B) Veamos ahora el caso en que el reloj de P tiene una inclinación i (distinta de 90°) con respecto al plano horizontal. Véase la figura 3.

De forma semejante al caso anterior, podemos desplazar el reloj en P sobre un plano paralelo, a lo largo de su meridiano, hasta que sea tangente a la esfera. El punto P1 tendrá una latitud ϕ_1 , tal que valdrá $\phi_1 = i - \phi$ y el reloj será ahora horizontal.

Esto permitirá el diseño de un reloj equivalente horizontal para la latitud $\phi_1 = i - \phi$, que será más fácil que el diseño de un reloj inclinado. Si ϕ_1 es negativo, indicará que el lugar P1 está en el hemisferio Sur.

Conclusión: El diseño de un reloj inclinado es idéntico al de un reloj horizontal para un lugar P1, de latitud $\varphi_1 = i - \varphi$

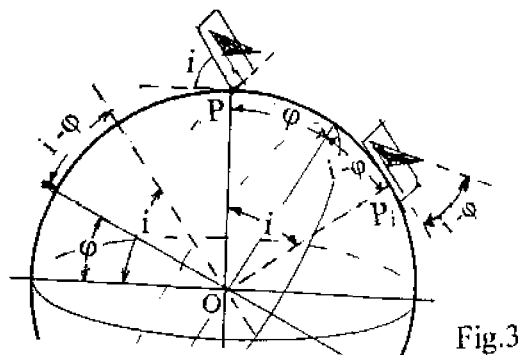


Fig.3

C) Los relojes declinantes son los casos más interesantes para aplicar este artificio porque su cálculo directo puede ser muy complejo. Utilizando los relojes equivalentes se puede simplificar enormemente el diseño, tal como es suponer un reloj horizontal equivalente en un lugar adecuado.

Supongamos que el reloj en P es vertical ($i = 90^\circ$) pero tiene una declinación D hacia el Oeste, según se muestra en la figura 4. Si le desplazamos hasta el lugar P1 del plano horizontal quedará tumbado sobre el suelo, pero mirando hacia Oeste. Su latitud será: $\varphi_1 = 90 - \varphi$, en el hemisferio Sur.

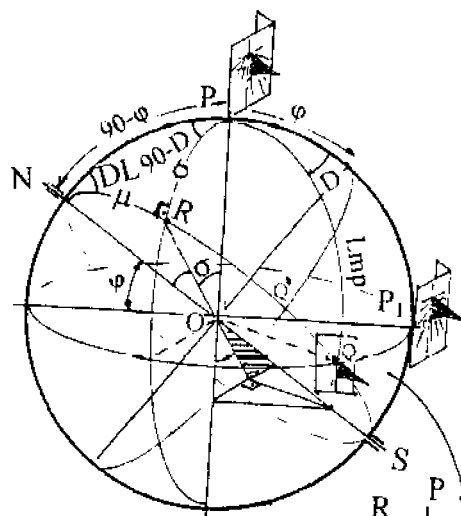


Fig.4

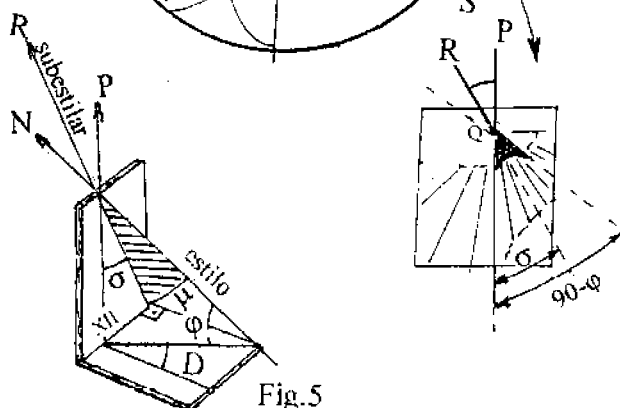


Fig.5

Desplazando paralelamente el cuadrante P1, por la línea del horizonte, una distancia angular D hasta el lugar Q, quedará como totalmente horizontal, sobre el suelo. Esta traslación también puede verse al desplazar el reloj directamente desde P a hasta Q

Por otra parte, la vertical, o línea de máxima pendiente (Lmp), no coincide ahora con la meridiana. Puesto que el reloj ha pasado de un meridiano a otro, las marcas de las horas habrá que modificarlas. La diferencia horaria será la que corresponde al ángulo DL de diferencia de longitudes, expresada en tiempo.

Estas dos líneas forman el ángulo σ llamado ángulo de la subestilar, que se puede calcular con facilidad.

La subestilar es por definición la proyección ortogonal del estilo sobre el plano del cuadrante, o lo que es lo mismo, la línea de la sombra del estilo cuando el Sol está en un plano perpendicular al pie del muro que contiene al cuadrante. Esta línea es además el eje de simetría de las líneas horarias y las de declinación diaria.

Se puede hacer otra transformación que quizás sea más fácil de comprender y de justificar la posición de la subestilar.

Es posible desplazar el reloj del lugar P a lo largo de un círculo máximo que pasa por el plano del reloj, línea P-R, hasta que cruce a un meridiano con un ángulo de 90° . El reloj trasladado al punto R será vertical no declinante, equivalente al de P, con la diferencia de que aquí la meridiana no coincide con la vertical o línea de máxima pendiente (Lmp).

Los relojes en P, Q y R son idénticos.

Si el reloj se traslada al centro de la esfera, será más fácil ver el resultado de la transformación, mostrado con más detalle en la figura 5.

En el dibujo se aprecia bien el ángulo σ que se forma entre la vertical P-O y la subestilar R-O.

El ángulo σ corresponde al arco PR del triángulo rectángulo PNR, cuya hipotenusa vale $(90-\varphi)$ por tanto: $\cos(90-D) = \text{ctg}(90-\sigma) \cdot \text{ctg}(90-\varphi)$; luego:

$$\text{tg } \sigma = \text{sen } D / \text{tg } \varphi.$$

La posición del lugar R queda definida por el ángulo μ , tal que: $\cos(90-\mu) = \text{sen}(90-\varphi) \text{sen}(90-D)$; luego:

$$\text{sen } \mu = \cos \varphi \cdot \cos D.$$

El arco NQ' y el arco RQ valen 90° , por lo tanto el arco QQ' es igual al ángulo μ , latitud del reloj Q.

El ángulo μ es también la altura de la subestilar. Ver el área rayada que representa a una placa que apoyada en la subestilar puede hacer de estilo.

La hora de la subestilar, que es la diferencia de longitudes DL convertida en tiempo, se puede calcular por: $\cos(90-\varphi) = \text{ctg } DL \cdot \text{ctg}(90-D)$; luego:

$$\text{tg } DL = \text{tg } D / \text{sen } \varphi.$$

Conclusión: El diseño de un reloj vertical declinante es igual que el de un reloj vertical sin declinación para un lugar de latitud $90-\mu$ o bien un reloj horizontal para un lugar de latitud μ en el hemisferio Sur. En ambos casos hay que tener en cuenta el eje de simetría σ y la altura del estilo μ .

D) Ahora podemos suponer que el reloj en P, además de tener una declinación D, tiene también una inclinación i.

El problema se complica algo porque la medida de la inclinación i se toma como el ángulo que forma la línea de máxima pendiente (Lmp) con el plano horizontal, porque esto es lo más cómodo y fácil, en vez de tomarla sobre la línea meridiana que quizás no se conoce en ese momento,

Usaremos los parámetros de reclinación j ($90^\circ - i$) porque se pueden representar estos ángulos en el centro de la esfera, lo que facilitará la comprensión de la siguiente figura.

La figura 6 es muy semejante a la figura 4, utilizada en el caso anterior. En el punto P está situado un reloj sobre un plano inclinado un ángulo i sobre la horizontal y que declina sobre la meridiana un ángulo D.

En primer lugar habrá que calcular la inclinación im sobre la meridiana. Para esto, se utiliza el triángulo esférico P-P1-P2, rectángulo en P1, en el que: $\text{tg}(90-im) = \text{tg}(90-i) / \cos D$, luego:

$$\text{tg } jm = \text{tg } j / \cos D$$

También calcularemos el lado P1-P2, que después será necesario: $\cos(90-j) = \text{ctg}(90-\sigma_1) \cdot \text{ctg } D$, luego:

$$\text{tg } \sigma_1 = \text{sen } j \cdot \text{tg } D$$

También se muestra el triángulo P-P1-P2, en el que P2 representa la posición de un punto virtual cuya latitud es $\varphi' = \varphi + jm$ y su declinación virtual D2, podremos calcular, porque:

$$\cos D_2 = \cos j \cdot \text{sen } D$$

Para calcular la latitud verdadera μ se usa el triángulo N-R2-P2, rectángulo en R2, donde estaría situado un reloj vertical pero que ha pasado a ser: **no declinante**.

De forma semejante al caso anterior, tendremos:

$$\text{sen } \mu = \cos \varphi' \cdot \text{sen } D_2;$$

este triángulo nos permite calcular DL de diferencia de longitud: $\cos(90-\varphi') = \text{ctg } DL \cdot \text{ctg } D_2$, luego:

$$\text{tg } DL = 1 / (\text{tg } D_2 \cdot \text{sen } \varphi')$$

el ángulo de la subestilar será igual al arco P1-P2-R2 que es la suma $\sigma = \sigma_1 + \sigma_2$

el arco P2-R2 (σ_2) se obtiene por:

$$\cos D_2 = \text{ctg}(90-\sigma_2) \cdot \text{ctg}(90-\varphi'), \text{ luego}$$

$$\text{tg } \sigma_2 = \cos D_2 / \text{tg } \varphi'$$

El valor de σ_1 se calculó en el triángulo P-P1-P2.

La comparación entre las fórmulas obtenidas en este caso y en el anterior nos expresa una indudable semejanza. Las expresiones son idénticas al cambiar el parámetro (90-D) por el de D2 y el de φ por φ' . El ángulo de la subestilar recibirá el incremento de σ_1 .

Como en el caso anterior, el reloj horizontal equivalente estará en un lugar de latitud μ . En el hemisferio Sur si la diferencia $90 - (\varphi + jm)$ es negativa.

Conclusión: El diseño de un reloj plano vertical y declinante precisa el cálculo previo de la latitud virtual $\varphi' = (\varphi + jm)$ y de la declinación virtual D2. Conocidos estos, el diseño del reloj horizontal equivalente, de latitud μ , es semejante al del caso anterior.

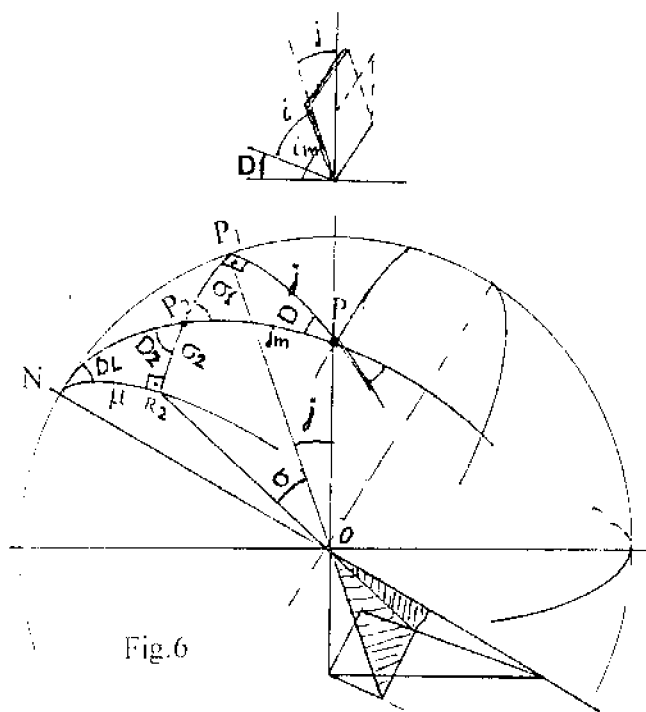


Fig.6

Ejemplo numérico de un reloj inclinado y declinante:

Parámetros: $\varphi = 42.9$, $i = 70$ ($j = 20$), $D = 40.3$

Inclinación: ($\text{tg } jm = \text{tg } j / \cos D$), $jm = 25.51^\circ$

Latitud equivalente: $\varphi' = \varphi + jm = 68.41^\circ$

Declinación virtual: ($\cos D_2 = \cos j \cdot \text{sen } D$), $D_2 = 52.57^\circ$

$\text{tg } \sigma_1 = \cos D_2 \cdot \text{tg } jm$; $\sigma_1 = 16.17^\circ$

Latitud verdadera: ($\text{sen } \mu = \cos \varphi' \cdot \text{sen } D_2$), $\mu = 16.99^\circ$

Diferen. de longitud: $\text{tg } DL = 1 / (\text{tg } D_2 \cdot \text{sen } \varphi')$, $DL = 39.45$

$\text{tg } \sigma_2 = \cos D_2 / \text{tg } \varphi'$; $\sigma_2 = 13.53^\circ$

Subestilar total $\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 = 16.17 + 13.53 = 29.7^\circ$

NOTAS Y COMENTARIOS

1.- MATIZACIONES A R. MELÉNDEZ SOBRE SU ARTÍCULO "EL DESPISTE DE MR FOGG"

EL Dr. Fernando Muñoz Box., Profesor de Óptica en la Universidad de Valladolid nos envía una réplica al artículo publicado en "ANALEMA 32" titulado "El despiste de Mr Fogg" Nos complace publicar este comentario, iniciando un pequeño debate sobre este tema

Aunque no soy suscriptor de «Analema», este boletín me llega a veces por medio de un amigo con el que comparto la afición por los Relojes de Sol.

Me dijo que leyese el artículo referente al viaje de Phileas Fogg, y aunque lo hice, dejé hasta estas vacaciones de Navidad el analizarlo a fondo, porque no quería involucrarme en época de clases en una cuestión que sabía me llevaría algún tiempo, porque lo que interesaba era encontrar un argumento adecuado.

Me parece interesante el trabajo de R. Meléndez, pero no comparto su punto de vista, que resumo así: *El error cometido por Phileas Fogg es un error de Julio Verne*. Mi punto de vista, como veremos, es el contrario: *Julio Verne quiere resaltar el error de Phileas Fogg*, quizá con algún propósito más que el de hacer emocionante la aventura y la apuesta del dandy inglés.

Entremos en materia: Es indiscutible que el número de segundos transcurrido desde la salida de Londres hasta la llegada al *Reform Club* es el que se dice en el artículo de Meléndez. De hecho no hace falta este dato porque ochenta días de 86.400 segundos cada día son sencillamente 6.912.000 seg.

Si Picaporte no toca su reloj, transcurrieron en él este número de segundos. Otra cosa es la cuenta de los días. Si Picaporte hubiese llevado un reloj de los que indican fecha del día, se habría percatado en algún momento de que la indicada por el reloj no coincidía con la fecha del calendario local.

El error de R. Meléndez es debido, a mi entender, a que en sus argumentos incluye el salto de un día que hay que hacer al atravesar la LCF (línea de cambio de fecha), y si Mr Fogg lo hubiese tenido en cuenta no habría cometido el error de que hablamos.

El argumento hay que hacerlo sin el cambio de fecha, tal como lo hace Julio Verne, y entonces es verdad que un viaje por el Este contabiliza un día más y otro por el Oeste, un día menos.

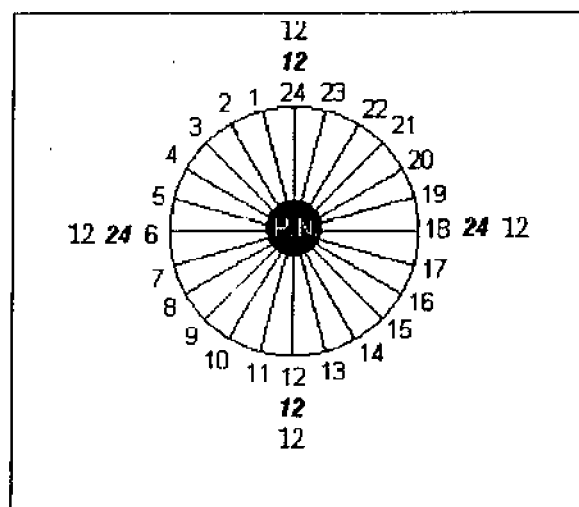
Naturalmente entra aquí la cuestión semántica de qué se entiende por un día. Nadie duda que 80 días de una determinada duración equivalen a 79 de otra distinta. Fogg considera cambio de día al hecho de pasar por las 24h de cada día, como se hace en la vida corriente. Y sabemos que en dicha vida corriente del ama de casa un día más lo constituye el hecho de acostarse cada noche o de levantarse cada mañana. También los presos de las mazmorras trazaban en la pared una rayita al levantarse para saber cómo transcurría el tiempo.

Mi argumento lo llevaré de este modo:

Supongamos que nos hallamos sobre un paralelo de 24.000 Km. de circunferencia, y que en un moderno Jet vamos a realizar la vuelta al mismo en 24 horas, despegando exactamente a las 12h de mediodía.

En ese momento son oficialmente las horas indicadas en cada meridiano, trazado cada 15° del punto de salida. Como el avión va a 1000 Km./h tardará una hora en viajar de huso en huso, pero al primero llegará a las 14h, al 2º a las 16h, etc. De forma que al cabo de seis horas de vuelo se encuentra en un huso horario en el que son las 24h, que es la primera noche.

Esto se ve en las horas indicadas en negrita que aparecen en el dibujo en medio de los otros dos números.



En el meridiano opuesto (perieco) estará a las 12h locales, aunque su vuelo sólo haya computado 12 horas. Otro cuarto de circunferencia y será de nuevo la medianoche. Por fin al transcurrir 24 horas de vuelo se encontrará a las 12h en el punto de partida.

Según el modo de contar del tripulante han transcurrido 2 días, aunque sólo 24 horas de un reloj mecánico, y se ha equivocado en un día, porque si partió un día 20, ahora es día 21 en lugar del 22 que él contabiliza.

Supongamos el viaje del mismo modo, pero hacia el Oeste. Cuando ha transcurrido una hora de vuelo se encuentra a las 12h locales, y cuando han transcurrido dos, también, y si sigue así al cabo de 24 horas de vuelo estará en las mismas 12h del día 20, aunque al llegar le digan que es día 21, lo cual admite fácilmente porque si no su vuelo habría transcurrido en 0 días. Le faltaría añadir un día.

Se indica esto en los números colocados en la parte externa del dibujo.

Si la velocidad de vuelo fuese la mitad, el argumento es el mismo, y el primer huso le llevará a contabilizar 3h aunque haya hecho una de vuelo. Ahora 3×24 son 72 horas, y el vuelo habría durado 48h en una cuenta y tres días en la otra.

Y si la velocidad media fuese de 1000/80 km/h su vuelo habrá durado 80 días y localmente en el punto de origen sólo habrán pasado 79. Éste sería el vuelo hacia el Este. En un vuelo hacia el Oeste contabilizaría el tripulante 80 días, y en el punto origen habrían transcurrido 81.

En consecuencia el error de Phileas Fogg es no tener en cuenta ese salto de un día que debería haber llevado a cabo en cualquier punto de su viaje. Phileas Fogg durmió 80 noches en su aventurado viaje, mientras que los honorables miembros del *Reform Club* sólo lo hicieron 79 veces. A pesar de su excesiva meticulosidad Fogg era ligeramente humano.

Mi hipótesis es que como el establecimiento de husos horarios y por tanto el de la LCF se hizo en 1884, no existía esa célebre línea en 1872, y casi podría asegurar que la tesis de Julio Verne en esta novela es afirmar la necesidad de dicha LCF con el brusco salto de un día en un determinado meridiano del mundo.

Al sentido común le repele el que haya un meridiano por el que pasamos por ejemplo a las 3 de la tarde (hora local) y en el que si vamos hacia el Este, un minuto después son casi las 3 de la tarde del día anterior. Y si nuestro periplo es hacia el Oeste son casi las 3 de la tarde del día siguiente. Pero está claro, y lo estaba para Julio Verne, que este salto de un día hay que hacerlo porque si no se daría la paradoja en que se vio complicado su personaje.

Los geógrafos de la época se dieron cuenta de la dificultad y por eso la LCF está en el Océano Pacífico, procurando, mediante una línea quebrada que no pase por lugares habitados en los que sería conflictivo que en un barrio fuese la noche del 31 de diciembre y en el de al lado ya fuese la noche del día 1 del mes siguiente del año siguiente.

Sí sería sugerente investigar la decisión tomada en 1884, que es seguro siguió a una larga controversia, y por otro lado se debería estudiar el papel que Julio Verne jugó en esta decisión, en cuya discusión creo que entró de lleno con esa obra maestra que es «La vuelta al mundo en 80 días». Es lástima que mis obligaciones docentes no me permitan por ahora realizar este trabajo.

----- F. Muñoz Box

2.- SOBRE EL CALENDARIO

He leído con mucho gusto los dos artículos de A. Moreno Ramos sobre el Calendario (ANALEMA nº 31 y 33).

Quedaría muy agradecido a su autor si pudiera añadir un pequeño complemento a sus dos interesantes colaboraciones. Se trata de escribir sobre el día juliano y la manera de calcular su valor a partir de una fecha conocida.

También sería interesante saber, si es posible, la causa de la diferencia de 38 años entre la Era de España y la del Nacimiento de Cristo así como la época en que se prescinde de la era española. Las fechas de esa época suelen estar precisadas (era o año de la natividad de Cristo), pero sería conveniente saber cuándo se abandona definitivamente la costumbre local.

----- M.M. Valdés

3.- ACTIVIDADES DE LOS MIEMBROS DE LA ASOCIACIÓN

Nos complace reseñar, aunque sea con cierto retraso, algunas de las crecientes actividades de los miembros de nuestra Asociación. En este caso nos referimos a las ya numerosas realizaciones del activo grupo de gnomonistas de Murcia, entre los que se encuentra nuestro asociado A. J. Cañones, que nos remitió la siguiente nota:

"Con fecha 1 y 2 de diciembre de 2001 se celebró en Murcia la Fiesta de la Ciencia y la Tecnología "FICITEC 2001" promovida por la Universidad de Murcia y los Centros de Profesores de Institutos de Enseñanza Secundaria.

Esta Asociación estuvo presente con una caseta montada por nuestros Asociados de Murcia en colaboración con el I.E.S. José Planes, de Espinardo. En la caseta hubo una muestra bastante amplia de todo tipo de Relojes de Sol, tanto a tamaño natural como en maquetas, y también hubo algunos proyectos de otros relojes pendientes de construir para la nueva zona del Campus Universitario de Murcia.

Durante los dos días se repartieron entre los visitantes cerca de 300 cartulinas con un reloj doble recorrible, horizontal y vertical, con lo que se dio por cumplido el objetivo de divulgar el conocimiento de los Relojes de Sol entre las nuevas generaciones. Las "estrellas" de la caseta fueron la maqueta de un reloj multignomoni monumental, muy llamativa por su originalidad, y un reloj de sol con cañon, que fue disparado cada 15 minutos durante todo el tiempo que las casetas estuvieron abiertas y que asombró a los asistentes cada vez que la mecha era encendida por los rayos del Sol.."

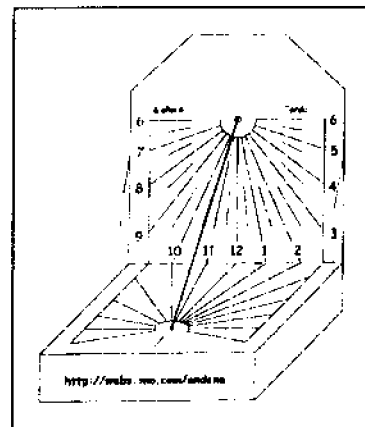
La nota iba acompañada por varias fotografías en color, que desafortunadamente no es posible insertar, dados nuestros insuficientes medios de reproducción gráfica

-----JAC

4.- RELOJ SOLAR RECORTABLE

El autor de la anterior reseña, D. Antonio José Cañones ha tenido la amabilidad de enviarnos algunos ejemplares de los relojes recorribles que se repartieron en la "FICITEC 2001", que han sido mencionados en su nota y que enviamos adjunto a este número de "Analema" a nuestros asociados.

En la figura aquí reproducida puede verse el reloj recorrible, tal como debe quedar después de montado.



-----ML

RESEÑAS DE PUBLICACIONES I

Título	VOCABULARIO GNOMÓNICO OCTOLINGÜE
Autor	Josep Maria Vallhonrat
Idioma	17 idiomas
Signatura	ISBN ----
Tamaño	185 x 265 mm
Páginas	296
Edición	2ª Edición 1999
Editorial	Editorial Mainsa---
Impresor	Gràfiques Gispert
Precio	41,50 € + gastos envío (~ 5,50 €)

La Societat Catalana de Gnomònica publicó en forma de separata de su boletín "*La Busca de Paper*" un extenso vocabulario de 378 términos gnomónicos, en ocho idiomas: alemán, castellano, catalán, francés, holandés, inglés, italiano y portugués.

El conjunto de estas separatas fue editado en forma de volumen completo, del cual se ha publicado posteriormente una segunda edición, aquí reseñada, con nuevos apéndices que lo amplían hasta 17 idiomas.

El autor de este libro es el Dr. Ingeniero D. Josep Maria Vallhonrat, distinguido gnomonista, presidente de la Societat Catalana de Gnomònica y editor, desde su iniciación, de su Boletín Informativo.

El libro está dividido en ocho secciones, una para cada idioma fundamental. Dentro de cada sección figuran los términos clasificados por orden alfabético, con su traducción a cada uno de los siete idiomas restantes.

Esta segunda edición ha sido considerablemente ampliada, ya que se han incluido en un nuevo apéndice los 131 términos gnomónicos más utilizados en cada uno de los siguientes idiomas:

Checo; danés; eusquera; gallego; húngaro;
polaco; rumano; servo-croata y sueco.

lo que eleva a 17 el número de idiomas disponibles.

Este apéndice se compone de dos partes diferentes:

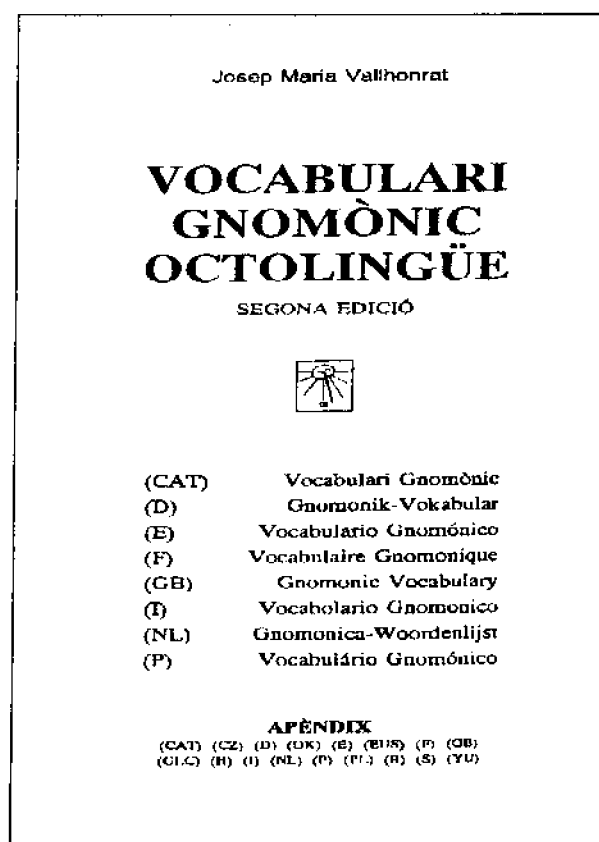
- La primera parte contiene los términos gnomónicos, numerados y por orden alfabético de la versión catalana

- La segunda parte incluye los listados en los otros idiomas con índices numéricos que los remiten a la lista de la primera parte, lo que permite encontrar su equivalencia en todos y cada uno de estos 17 idiomas. Con este sistema de doble entrada es muy sencillo hallar las equivalencias directa o inversa en los idiomas especificados, ya que en todos ellos es posible hallar el número que identifica cada término gnomónico que ha sido recogido en este exhaustivo apéndice.

Este utilísimo vocabulario llena cumplidamente un vacío existente en el campo de los diccionarios técnicos especializados, que generalmente no recogen los vocablos utilizados por los gnomonistas, muchos de los cuales son de muy antigua tradición y etimología, con un significado propio y específico.

Constituye una valiosa aportación al ya extenso conjunto de libros recientemente publicados en el campo de la Gnomónica, que demuestran la renovación y expansión de esta Ciencia, debidos en gran parte a las nuevas Asociaciones de Gnomonistas que florecen activamente en numerosos países.

Debemos agradecer a su autor la perseverante labor de investigación y revisión lexicográfica que representa la edición de este nuevo y extenso texto, así como la amplia correspondencia internacional necesaria para la obtención y puesta al día, en los diferentes idiomas, de un vocabulario tan especializado.



No creemos que exista otro vocabulario equivalente, en ningún idioma, por lo que llamamos la atención del lector sobre este excelente VOCABULARIO GNOMÓNICO OCTOLINGÜE (que en realidad comprende 17 idiomas en esta segunda edición) ya que constituye una valiosa e imprescindible herramienta de trabajo, que no debería faltar en la biblioteca de los buenos aficionados al antiguo y noble arte de la Gnomónica. -

.En este Capítulo se calculan las Líneas Babilónicas, Itálicas, Sidéreas y Equinociales del punto geográfico K y estudiado en el H, mediante una fórmula general, que es función de un Angulo Horario y su origen, de los "c.t.p" del Plano Base, Estilo y la latitud de K, como consecuencia de la intersección de una familia de planos con cualquier superficie situada en el último punto citado. (por ejmp. Planos, Cilindros, Conos etc.)

A. de V.

CAPITULO X

LÍNEAS BABILÓNICAS, ITÁLICAS Y SIDÉREAS

En el Triedro (1), sustituyendo el vector de giro "Declinación Solar" ($-\vec{j}_0\delta'$) por el de "Latitud Geográfica" del punto geográfico K, ($\vec{j}_0\alpha_K$), se genera el plano $X_1 = 0$, ahora el D_1 que corta a la Esfera Terrestre, representada por el Triedro (2), mediante planos D_2 según círculos máximos que tienen las siguientes características Fig. (L-1) y Fig. (L-2)

- 1º) Son círculos Horarios por estar situados en el Triedro (2)
- 2º) Se apoyan en los paralelos de latitud ($90^\circ - \alpha_K$).
- 3º) Son paralelos a los horizontes de los puntos geográficos K, (α_K, λ_K) comprendidos entre las latitudes $90^\circ - \epsilon > \alpha_K > -90^\circ + \epsilon$,
- 4º) Su envolvente es un cono recto cuyo eje es el de la Tierra, con vértice en su centro y semiángulo (α_K)
- 5º) Planos D ($X_1 + C^{\text{te}} = 0$) del Triedro (1), paralelos a los anteriores y trasladados al Triedro (A), pasando por la cabeza de un Estilo dado y con distintos Ángulos Horarios, cortan a cualquier superficie $S_n(X, Y, Z) = 0$ según Líneas Horarias Babilónicas, Itálicas, Sidéreas o Equinociales.

6º) El estudio de estas líneas correspondientes al punto K, se realiza en el H, de latitud α_H en función de sus "c.t.p" y de latitud α_K

- 7º) Si $\alpha_K = \alpha_H$ las susodichas Líneas se refieren al plano situado en H
- 8º) Si $\alpha_K = 90^\circ - \epsilon$ se generan las Líneas Sidéreas, con Angulo Horario propio
- 9º) Si $\alpha_K = 0$ el cono envolvente de los planos D se convierten en una recta paralela al Eje Terrestre; como consecuencia, genera un haz que corta, por ejemplo, a cualquier plano, según Líneas Equinociales, al coincidir, por definición, el D_1 con el $X_0 = 0$. Este caso es similar al del haz de planos C (Capítulo IX), generados por el $Y_1 = 0$ y del que difiere en los nuevos Ángulos Horarios, que se estudian a continuación

Angulos Horarios Fig. (L-3)

Los nuevos Ángulos Horarios se definen, como el Equinoccial φ , en el Triedro (2). Es decir: el φ_b babilónico con origen en el Eje $-Y_0H$ (Orto) y el φ_i (o su inverso el φ_o) en el Eje Y_0H (Ocaso), ambos puntos definidos en el Triedro (3) por la fórmula (J.2.3) $\text{sen } \varphi = \text{tg } \alpha_K \text{ tg } \delta$; y aceptando que las horas Babilónicas e Itálicas sean de la misma duración que las Equinociales, la relación que existe entre ellas son las siguientes:

$$\begin{aligned} \text{(L.1.1)} \quad \varphi_i &= \varphi - 90^\circ; & \text{(L.1.2)} \quad \varphi_o &= 360^\circ - \varphi_i; & \text{(L.1.3)} \quad \varphi_o &= \varphi + 90^\circ; \\ \text{(L.1.4)} \quad \varphi_o &= \varphi_i + 180^\circ. \\ \text{(L.1.1.1)} \quad \varphi_i &= 15 t_i; & \text{(L.1.3.1)} \quad \varphi_o &= 15 t_o; & \text{(L.1.0.1)} \quad \varphi &= 15 t_e + 90^\circ \end{aligned}$$

Se deduce, siendo estos nuevos ángulos función del Equinoccial que:

- 1º) Los senos y cosenos de las líneas Babilónicas e Itálicas tienen el mismo coeficiente y con distinto signo
- 2º) Los senos de las dos ecuaciones de Itálicas, tienen el mismo coeficiente y con distinto signo, y los cosenos con el mismo

Ecuación de los planos D

Las ecuaciones del plano D_1 en el Triedro (1) $X_1 = 0$, vienen indicadas en el Triedro (A), mediante las fórmulas (B.3) y (B.3.1) del Capítulo II. Generan las de los planos D con los Estilos y Ángulos Horarios correspondientes a cada línea. Son las siguientes:

$$\begin{aligned} \text{(B.3)} \quad \text{ó} \quad \text{(L.2)} \quad (x - P_{0x}) U_a + (y - P_{0y}) V_a + (z - P_{0z}) W_a &= 0 \quad \text{o bien:} \\ \text{(L.3)} \quad U_a x + V_a y + W_a z + Q_a &= 0 \quad \text{con} \quad \text{(L.4)} \quad Q_a = -(U_a P_{0x} + V_a P_{0y} + W_a P_{0z}), \text{ donde:} \end{aligned}$$

- Si el Estilo es Paralelo al Eje Terrestre, $\vec{k}_2 = -\vec{i}_a h - \vec{j}_a j + \vec{k}_a f$; ($f > 0$): (L.4.1) $Q_a = \text{sen } \alpha_K$
- Si el Estilo es Paralelo al Eje Terrestre, $\vec{k}_2 = \vec{i}_a h + \vec{j}_a j - \vec{k}_a f$; ($f < 0$): (L.4.2) $Q_a = -\text{sen } \alpha_K$

(Se recuerda que en este caso, con respecto al anterior, cambian el signo de los "c.t.p" a b, m, n, h, j según (E.6.7) (excepto en el Estilo); pero al cambiar de igual modo el valor de Q , las fórmulas resultantes son iguales en ambos casos. Los valores Q se calculan teniendo en cuenta las fórmulas (B.5) y (B.6) del Capítulo II)

- Si el Estilo es Normal al Plano base, $\bar{k}_a$ se tiene : (L.4.3) $Q_a = -W_a$ (Solamente efectivo en el caso de líneas sobre planos $Z_a = 0$)

(Las ecuaciones antes citadas, son :

$$(B.3.1) \text{ ó } (L.3.1.0) \quad \begin{aligned} U_a &= n \sin \varphi \cos \alpha_k - m \cos \varphi \cos \alpha_k + h \sin \alpha_k \\ V_a &= -b \sin \varphi \cos \alpha_k + a \cos \varphi \cos \alpha_k + j \sin \alpha_k \\ W_a &= -c \sin \varphi \cos \alpha_k - d \cos \varphi \cos \alpha_k - i \sin \alpha_k \end{aligned}$$

$$(B.6) \quad \begin{aligned} -mn-ab+cd &= 0 & -ma-nb+h &= 0 \\ nh-bj+cf &= 0 & ad-bc+jf &= 0 \\ -mh+aj+df &= 0 & -md+nc+hf &= 0 \end{aligned}$$

$$(B.5) \quad h^2 + j^2 + f^2 = 1$$

A continuación se estudian los siguientes casos:

-1) Babilónicas e Itálicas en un Plano

Su intersección con la superficie $S_a(X, Y, Z) = 0$, ahora el plano $Z_a = 0$ genera las ecuaciones de las Líneas Babilónicas e Itálicas sobre dicho plano, base del reloj, y su Ecuación General:

$$(L.3.1) \quad U_a x + V_a y + Q_a = 0 \quad \text{con los } Q_a \text{ y } \varphi \text{ correspondiente a cada línea, es decir :}$$

1.1) Horas Babilónicas (con Ang. Hor. φ_0)

Estilo Paral. Eje Terrestre $\bar{k}_2$

$$(L.3.1.1). \quad (-m \sin \varphi_0 - n \cos \varphi_0 + h \operatorname{tg} \alpha_k) x + (a \sin \varphi_0 + b \cos \varphi_0 + j \operatorname{tg} \alpha_k) y + \operatorname{tg} \alpha_k = 0$$

Estilo Normal al Plano Base $\bar{k}_a$

$$(L.3.1.2) \quad (-m \sin \varphi_0 - n \cos \varphi_0 + h \operatorname{tg} \alpha_k) x + (a \sin \varphi_0 + b \cos \varphi_0 + j \operatorname{tg} \alpha_k) y + d \sin \varphi_0 - c \cos \varphi_0 + f \operatorname{tg} \alpha_k = 0$$

1.2) Horas Itálicas (con Ang Hor. φ_1)

Estilo Paralelo al. Eje Terrestre. $\bar{k}_2$

$$(L.3.1.3). \quad (m \sin \varphi_1 + n \cos \varphi_1 + h \operatorname{tg} \alpha_k) x + (-a \sin \varphi_1 - b \cos \varphi_1 + j \operatorname{tg} \alpha_k) y + \operatorname{tg} \alpha_k = 0$$

Estilo Paralelo al. Eje Terrestre. $\bar{k}_2$ (con Ang Hor. φ_0)

$$(L.3.1.4). \quad (-m \sin \varphi_0 + n \cos \varphi_0 + h \operatorname{tg} \alpha_k) x + (a \sin \varphi_0 - b \cos \varphi_0 + j \operatorname{tg} \alpha_k) y + \operatorname{tg} \alpha_k = 0$$

1.3) Envoltente de las Babilónicas e Itálicas en un plano

Se hallan eliminando la variable φ entre las ecuaciones de dichas líneas y su derivada

$$\begin{aligned} (B.3) \text{ ó } (L.2) \quad & (x - P_{0x}) U_a + (y - P_{0y}) V_a - P_{0z} W_a = 0 \quad \text{y} \\ (L.2.1) \quad & (x - P_{0x}) U'_a + (y - P_{0y}) V'_a - P_{0z} W'_a = 0 \quad \text{cuyo resultado es, en el Triedro (A)} \\ (L.2.2) \quad & (mx - ay - mP_{0x} + aP_{0y} - dP_{0z})^2 + (nx - by - nP_{0x} + bP_{0y} + cP_{0z})^2 - \operatorname{tg}^2 \alpha_k (hx + jy - hP_{0x} - jP_{0y} + fP_{0z})^2 = 0 \end{aligned}$$

similar a la (E.7.1), del Capítulo IV, cambiando δ por $(90^\circ - \alpha_k)$.

- Envoltente en el Triedro (A) con Estilo Perpendicular al Plano Base k_a

$$(E.7.1.2) \text{ ó } (L.2.3) \quad (h^2 - \cos^2 \alpha_k) x^2 + (j^2 - \cos^2 \alpha_k) y^2 + 2hxy + 2hfx + 2jfy + f^2 - \cos^2 \alpha_k = 0$$

- Tipo de Cónica de la envoltente

$$(E.8) \text{ ó } (L.2.4) \quad \operatorname{sen}^2 \alpha_k \geq f^2 \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Hipérbola} \\ \text{Parábola} \\ \text{Elipse} \end{array} \right.$$

-2) Babilónicas e Itálicas en Cilindros Fig (L-4)

En este caso, la función $S_a(X, Y, Z) = 0$ es la de un cilindro de las siguientes características:

La base se halla sobre el plano $Z_a = 0$; y su ecuación :

$$(L.4) \quad X_a = F_1(\omega) ; \quad Y_a = F_2(\omega) ; \quad Z_a = Z_p$$

siendo ω una función cualquiera. La Z_p que define el punto P intersección con el plano D, está expresada por:

$$(L.3) \quad U_a X_p + V_a Y_p + W_a Z_p + Q_a = 0.$$

que con las (K.4) expresan las líneas Babilónicas ó Itálicas, con la Q_a y la ϕ correspondientes

$$(L.5) \quad Z_p = - \frac{F_1(\omega) U_a + F_2(\omega) V_a + Q_a}{W_a}$$

3) Babilónicas e Itálicas en Conos. Fig. (L-5)

La definición del Cono se expresa por la altura L del vértice V y la ecuación en paramétricas de su base sobre el plano $Z_a = 0$

$$(L.6) \quad \left. \begin{array}{l} \text{Vértice } V(0, 0, L) \\ \text{Base } \left\{ \begin{array}{l} X_a = F_1(\omega) \\ Y_a = F_2(\omega) \end{array} \right\} \end{array} \right\} \text{ Datos del Cono}$$

Ecuación de un punto P (X_p, Y_p) sobre una generatriz

$$\frac{X_p}{-X_a} = \frac{Y_p}{-Y_a} = \frac{Z_p - L}{L} \quad \text{que en coordenadas paramétricas resulta:}$$

$$(L.7) \quad X_p = -F_1(\omega) \cdot \frac{Z_p - L}{L} \quad \text{,,} \quad Y_p = -F_2(\omega) \cdot \frac{Z_p - L}{L}$$

Su intersección con los planos D toma la forma con la Q_a y ϕ correspondientes

$$(L.3) \quad U_a X_p + V_a Y_p + W_a Z_p + Q_a = 0 \quad \text{con (L.7)}$$

$$(L.8) \quad Z_p = L \frac{F_1(\omega) U_a + F_2(\omega) V_a + Q_a}{(F_1(\omega) U_a + F_2(\omega) V_a - W_a L)}$$

Y como en el Capítulo anterior, para facilitar la construcción geométrica, sea Z_q la distancia desde P a la base del cono y por tanto:

$$(L.9) \quad Z_q = Z_p / \cos \mu = \frac{Z_p}{(1 + \tan^2 \mu)^{1/2}} = \frac{L}{(F_1^2(\omega) + F_2^2(\omega) + L^2)^{1/2}} Z_p$$

4) Líneas Sidéreas

Está definido el Día Sidéreo por el tiempo transcurrido por dos pasos consecutivos del meridiano del punto geográfico K, por el Punto Vernal. Como no es posible materializar esto, se puede tomar como referencia una estrella fija, ó bien teniendo en cuenta que el plano D_1 horizontal del punto K en un instante dado, vuelve a serlo después de un giro terrestre de 360° . Si este plano es paralelo al de la eclíptica, donde la posición del Sol es indiferente, y el punto K se halle sobre el paralelo terrestre $\alpha_K = (90^\circ - \epsilon)$, el haz de planos D generan las Líneas Sidéreas. El proceso es similar al de las Babilónicas e Itálicas con el Angulo Horario ϕ_s calculado a continuación y que indica, con la condición impuesta de la latitud, la diferencia con estas últimas

4.1) Angulo Horario Sidéreo Fig. (L-3)

En el Triedro (2), el plano $Z_2 = 0$ es la base de los Angulos Gnomónicos, pudiendo elegir el origen de cualquier haz horario según sus circunstancias, tal como es el caso de las líneas Babilónicas o Itálicas, partiendo de los ejes que definen los puntos del Orto y Ocaso. Ahora bien, por motivos astronómicos y facilidad, se elige para el Sidéreo como origen de la hora cero, el definido por la intersección del plano meridiano del punto K, que pasa por el punto Vernal y el $Z_2 = 0$; es decir que se encuentra en el eje $X_0 H$, que además es el de las horas equinociales. Así mismo, este plano da lugar, según la fórmula (L.1.6.1), a la línea Babilónica de las 18^h de dicho punto. Como consecuencia, las relaciones entre los distintos Angulos Horarios vienen expresadas por:

$$\begin{array}{lll} (L.1.1) \quad \phi_1 = \phi - 90^\circ & (L.1.3) \quad \phi_b = \phi + 90^\circ & (A.4) \quad \phi = 15 t_e + 90^\circ \\ (L.1.5) \quad \phi_s = \phi_1 + 90^\circ \text{ y } & (L.1.6) \quad \phi_s = \phi_b + 270^\circ & (L.1.7) \quad \phi_s = 15 t_s \end{array} \quad \text{de donde:}$$

$$(L.1.5.1) \quad t_s = t_i + 6^h \quad y \quad (L.1.6.1) \quad t_s = t_b + 18^h$$

Las líneas Horarias Sidéreas ,corresponden a las Babilónicas aumentadas en 18 horas y recíprocamente a las Itálicas en 6. En resumen son unas Babilónicas ó Itálicas referidas a un punto del Círculo Polar y con distinto Angulo Horario; por tanto, como norma, todo lo indicado anteriormente para las últimas nombradas, se puede aplicar en este caso.

4.2) Horas Sidéreas

Estilo Paralelo al Eje Terrestre - $\bar{k}_2$ ($\varepsilon = 23^\circ 27'$)

$$(L.3.1) \quad U_a x_p + V_a y_p + Q_a = 0 \quad (\text{con } \varphi_s = 15 t_s \quad y \quad Q_a = -\sin(90^\circ - \varepsilon)) \text{ resulta :}$$

$$(L.3.1.4) \quad (n \cdot \sin \varphi_s - m \cdot \cos \varphi_s + h / \operatorname{tg} \varepsilon) x + (-b \cdot \sin \varphi_s + a \cdot \cos \varphi_s + j / \operatorname{tg} \varepsilon) y + 1 / \operatorname{tg} \varepsilon = 0$$

Como consecuencia, los "c.t.p" correspondientes a los senos y cosenos de los Angulos Horarios correspondientes a Babilónicas e Itálicas , tienen distinto signo; y el de las Sidéreas, igual que las del Rayo Solar, excepto los c, d, f.

5.1) Relación entre las Horas Equinocciales y las Babilónicas Triedro (A)

Por simplicidad, el estudio se realiza sobre el Plano Horizontal de un p. geográfico H. con Estilo Paralelo al Eje Terrestre k_2 . Por tanto, los "c.t.p" valen: $a = n = h = d = 0$; $b = -\sin \alpha_H$; $m = 1$ $c = -\cos \alpha_H$; $f = \sin \alpha_H$

$$(L.10) \quad \text{ó} \quad (E.10.2.1) \quad y_e = x_e \operatorname{tg} \varphi_e / \sin \alpha_H \quad \text{----- Línea Equinoccial (Cap. IV)}$$

$$(L.3.1.1) \quad (-x_b \sin \varphi_b + \sin \alpha_H (-\cos \varphi_b + 1)) y_b + \operatorname{tg} \alpha_H = 0 \quad \text{----- Línea Babilónica}$$

La abscisa de su intersección x_0 debe ser igual a la del "Vector Horario" es decir: Está sobre la cónica de insolación diurna de declinación δ

$$(L.11.) \quad x_0 = \sin \varphi_e + \cos \varphi_e \operatorname{tg} \alpha_H / \sin(\varphi_e - \varphi_b) = -\sin \alpha_H \cos \varphi_e / (-\cos \alpha_H \sin \varphi_e + f \operatorname{tg} \delta)$$

Resolviendo la igualdad anterior y los valores de los ángulos φ_e y φ_b en función de sus tiempos respectivos, se llega a:

$$(L.12.1) \quad \cos 15(t_e - t_b) = \operatorname{tg} \alpha_H \operatorname{tg} \delta$$

-1º) La diferencia de los Ángulos Horarios ó tiempos es constante para cada Declinación Solar .

-2º) Estas líneas se cortan en la cónica de Insolación definida por la δ dada en (L.12.1) .

-3º) Si $\cos 15(t_e - t_b)_1 = \cos 15(t_e - t_b)_2$ se verifica que :

$$(L.13.1) \quad 15(t_e - t_b)_1 = -15(t_e - t_b)_2 \quad \text{ó} \quad (t_e - t_b)_1 + (t_e - t_b)_2 = 24^h$$

La suma de dos diferencias horarias estudiadas, con Declinación Solar constante , es de 24 horas

Ejemplo

Babilónicas en Las Rozas ($\alpha_K = \alpha_H = 40,49^\circ$) Intersección entre las Babilónicas y Equinocciales cuya diferencia horaria $t_b - t_e$ es de 5^h

$$(L.12.1) \quad \operatorname{tg} \delta = 1,1713 \cos 15(t_e - t_b) = 1,1713 \cos 75^\circ = 0,303$$

La intersección se halla en la cónica con Declinación Solar $\delta = 16,86^\circ$ y según la (L.13.1) también en la correspondiente a la diferencia horaria $(t_e - t_b) = 19^h$ Este ejemplo es válido para el caso siguiente.

5.2) Relación entre las Horas Equinocciales y las Itálicas Triedro (A)

Partiendo de la fórmula (L.12.1) $\cos 15(t_e - t_b) = \operatorname{tg} \alpha_H \operatorname{tg} \delta$ y recordando la relación entre los Angulos Horarios de las líneas del epígrafe (L.1.3) $\varphi_b = \varphi_i + 90^\circ$ se llega a a los mismos resultados de l caso anterior.

$$(L.12.2) \quad \cos 15(t_e - t_i) = -\operatorname{tg} \alpha_H \operatorname{tg} \delta \quad y \quad (L.13.2) \quad (t_e - t_i)_1 + (t_e - t_i)_2 = 24^h$$

5.3) Relación entre las Horas Equinocciales y las Sidéreas (Triedro (A))

De modo similar al caso anterior, se tiene que $\alpha_K = (90^\circ - \varepsilon)$, (L.1.6) $\varphi_s = \varphi_b + 90^\circ$.

y que la diferencia $(L.14) \quad (t_e - t_s) = AR$, (Ascensión Recta). Se llega a:

$$(L.12.3) \quad \sin 15 (t_e - t_s) = \operatorname{tg} \delta / \operatorname{tg} \varepsilon \quad \text{ó} \quad \sin 15 AR = \operatorname{tg} \delta / \operatorname{tg} \varepsilon \quad y$$

$$(L.13.2) \quad 15 (t_e - t_s)_1 = 180^\circ - 15 (t_e - t_s)_2 \quad \text{ó} \quad AR_1 + AR_2 = 180^\circ / 15 = 12^\circ.$$

Ejemplo

Sidéreas en Las Rozas ($\alpha_k - \alpha_H = 40,49^\circ$) Intersección entre las Sidéreas y Equinocciales cuya diferencia horaria $(t_e - t_s)$ es de 5^h . La intersección se produce en la cónica de insolación con

$$(L.12.3) \quad \operatorname{tg} \delta = \sin 75^\circ \operatorname{tg} \varepsilon = 0,419$$

La intersección se halla en la cónica con Declinación Solar $\delta = 22,73^\circ$ y según la (L.13.2) también en la correspondiente a la diferencia horaria $(t_e - t_s) = AR = 7^h$

- 6) Propiedades de las Líneas Babilónicas, Italícas y Sidéreas

-1º) Condición para que las Babilónicas e Italícas sean simétricas con relación a la Subestilar

Siendo las pendientes en el plano $Z_a = 0$ respectivamente de las Babilónicas e Italícas

$$(L.14.1) \quad \operatorname{tg} \mu_b = \frac{\sin \varphi_b}{\sin \alpha (1 - \cos \varphi_b)} \quad (L.14.2) \quad \operatorname{tg} \mu = \frac{-\sin \varphi_i}{\sin \alpha (1 + \cos \varphi_i)}$$

para que sean iguales y con signo distinto deben ser los ambos senos del mismo signo y contrario los de los cosenos; es decir:

$$(L.15.1) \quad \varphi_b + \varphi_i = 180^\circ \quad \text{ó} \quad (L.15.2) \quad (t_e + t_i) = 12^h$$

-2º) Si $\cos 15 (t_e - t_b) = -\cos 15 (t_e - t_i) = \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \delta$ según (L.12.1) y (L.12.2) se verifica;

$$(L.16) \quad 2t_e = t_b + t_i$$

-3º) Si $\delta = 0$, $\cos 15 (t_e - t_b) = 1$ y $\cos 15 (t_e - t_i) = -1$; por tanto: $15 (t_e - t_b) = 90^\circ$ etc.

$$(L.17.1) \quad t_e - t_b = 6^h \quad y \quad t_e - t_i = -6^h$$

Sidéreas: $\sin 15 (t_e - t_s) = \operatorname{tg} \delta / \operatorname{tg} \varepsilon = 0$ según (L.12.3), por tanto: (L.18) $t_e = t_s$

-7) Líneas Babilónicas, Italícas y Sidéreas en Bifilares

En el Capítulo VI se demostró que la ecuación vectorial del reloj Bifilar es en el Triedro (B)

$$(G.4) \quad \overline{(P-H)}_b = \overline{I}_b M_0 \frac{A_b \sin \varphi + B_b \cos \varphi + H_b \operatorname{tg} \delta}{c \cdot \sin \varphi + d \cdot \cos \varphi + f \cdot \operatorname{tg} \delta} + \overline{J}_b N_0 \frac{M_b \sin \varphi + N_b \cos \varphi + J_b \operatorname{tg} \delta}{c \cdot \sin \varphi + d \cdot \cos \varphi + f \cdot \operatorname{tg} \delta}$$

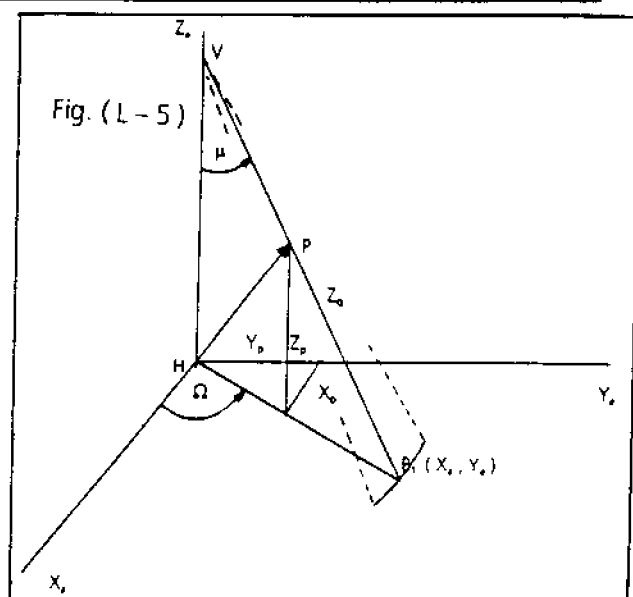
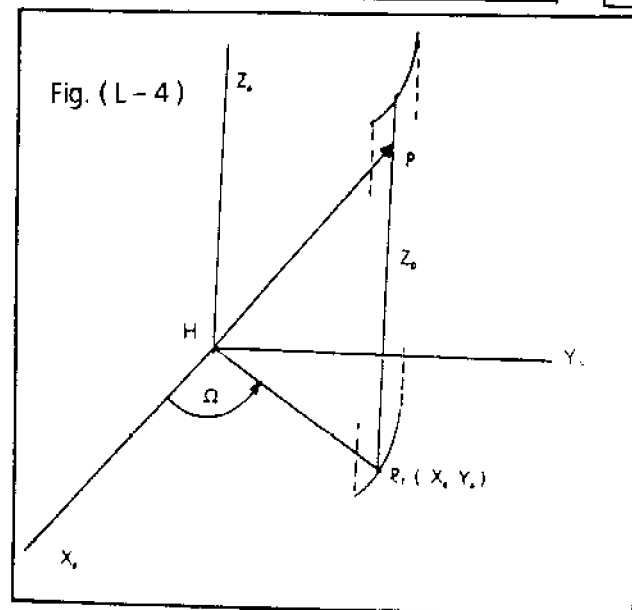
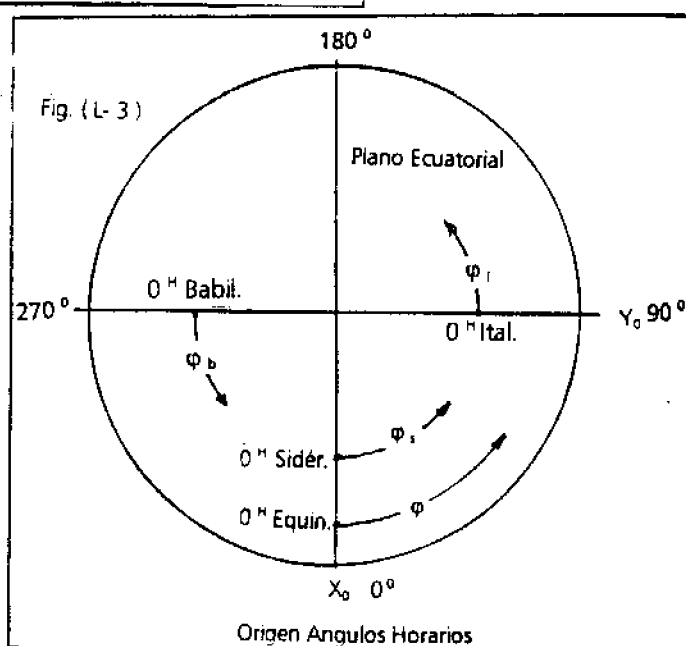
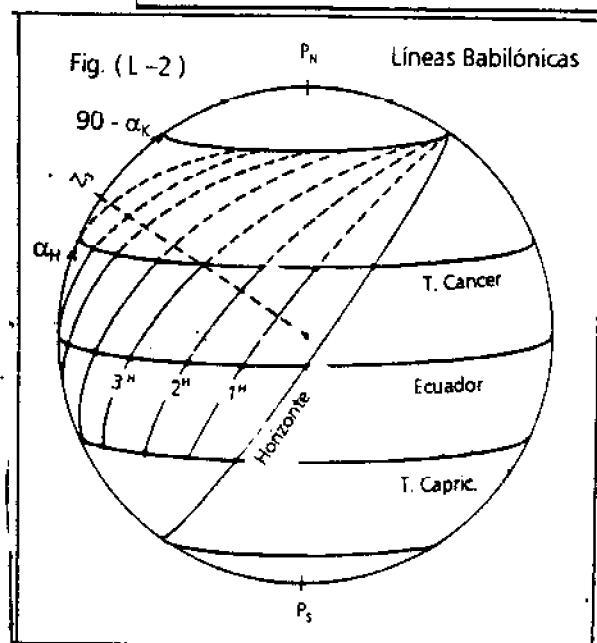
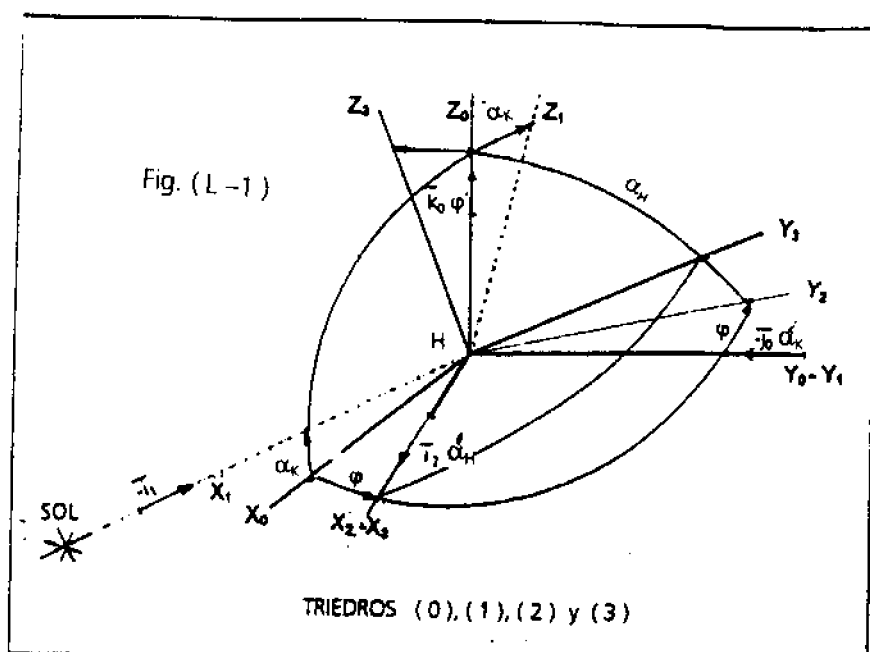
es decir que los "Coeficientes del Vector Horario" A_b , B_b y H_b están multiplicados por el factor M_0 y los M_b , N_b y J_b por el N_0 . (respectivamente en el Triedro (A) por los "c.t.p." n , $-m$, h y los $-b$, a , j) y que era equivalente al "Vector Horario" equinocial con Estilo Normal al Plano Base multiplicando sus componentes por los escalares que definen la altura de cada hilo, así como que en el desarrollo algébrico de su fórmula vectorial, los coeficientes de la variable X vienen multiplicados por N_0 , los de la Y , por M_0 y por $M_0 N_0$ el independiente. Así pues la fórmula (L.3.1) pasa a ser la:

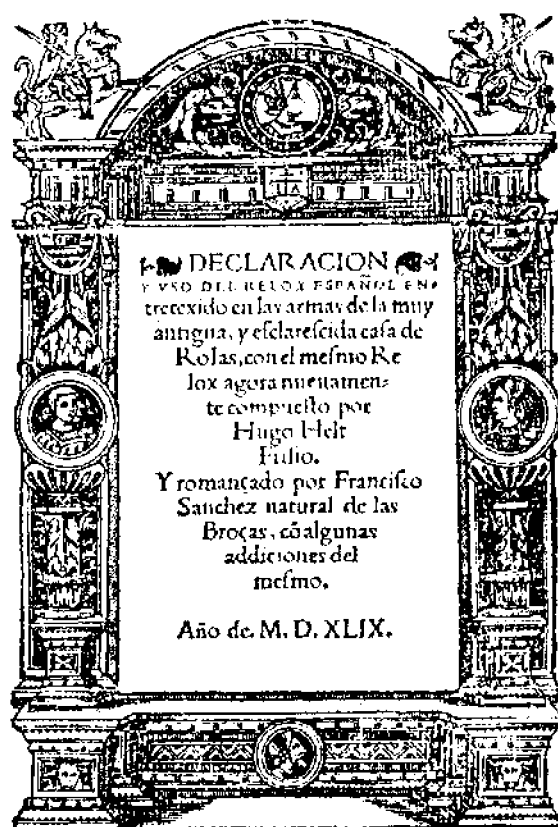
$$(L.3.2) \quad N_0 U_a x + M_0 V_a y + M_0 N_0 Q_a = 0 \quad \text{Ecuación General en Bifilares}$$

Ejemplo: Horas Sidéreas (con: $\varphi = \varphi_s$; $\alpha_k = 90^\circ - \varepsilon$; $Q_a = -W_a = c \sin \varphi_s \sin \varepsilon + d \cos \varphi_s \sin \varepsilon + f \cos \varepsilon$)

$$N_0 (n \cdot \sin \varphi_s - m \cdot \cos \varphi_s + h / \operatorname{tg} \varepsilon) x + M_0 (-b \cdot \sin \varphi_s + a \cdot \cos \varphi_s + j / \operatorname{tg} \varepsilon) y + M_0 N_0 (c \cdot \sin \varphi_s + d \cdot \cos \varphi_s + f / \operatorname{tg} \varepsilon) = 0$$

.FIGURAS CORRESPONDIENTES AL CAPÍTULO X





En este artículo V. Pérez Villar nos presenta un muy elaborado estudio sobre las circunstancias históricas que motivaron la errónea representación en el plano del reloj de las líneas correspondientes a las horas temporarias, que, según indica, nunca habían sido correctamente representadas desde la antigüedad hasta el siglo pasado, y han sido causa de un debate teórico que se remonta a más de 300 años. El tema es muy interesante aunque no sencillo y una vez más nos sorprende el autor con su erudición. Sería deseable, que en un nuevo artículo sobre este tema nos mostrase algunos ejemplos gráficos de la forma de estas líneas. ML

LA NATURALEZA GEOMÉTRICA DE LAS HORAS TEMPORARIAS

VÍCTOR PÉREZ VILLAR

CORTAR POR LAS LÍNEAS DE PUNTOS Y PEGAR EN LOS LUGARES ADECUADOS (PÁGINAS 2, 8, y 10)

8

GEOMETRICAL SHAPE OF TEMPORARY HOURS

Now we bring to light another very interesting article of our collaborator and no less prominent gnomonist, V. Pérez Villar. For more than 300 years the discussion about the geometrical nature of the dial lines of temporary hours has been a common topic in Gnomonic. Mr Pérez Villar traces the history of those discussions from the beginning to W.A. Cadell, who demonstrated that those lines were not straight, but algebraic lines of varied degrees. He explains that these curved lines can be assimilated to straight ones in some cases, but only for latitudes not much higher than 35°. A detailed bibliography is added. -By the way, every article of this author and other conspicuous gnomonists is habitually provided with an extensive bibliography. I marvel how they could find time enough to read some hundreds of volumes on Gnomonic, many of them in Latin! -

Perhaps we ought assert a new aphorism, like "Old Gnomonists never sleep. They just read on"

CORTAR Y PEGAR EN LA PÁGINA 10

V. Pérez Villar

MARZO 2002

NOTA DE LA REDACCIÓN

Sentimos comunicar a nuestros lectores que en el número 34 de nuestro boletín informativo "Analema" se ha publicado el artículo

"LA NATURALEZA GEOMÉTRICA DE LAS HORAS TEMPORARIAS"

atribuyendo erróneamente su autoría a MM Valdés por un error de compaginación y fichero informático debido al Editor.

Debemos aclarar, y así lo hacemos en esta nota, que el autor del mismo es nuestro asociado **VÍCTOR PÉREZ VILLAR** quien nos ha señalado este lamentable error, que rectificamos con la publicación de los nuevos títulos y autoría que aquí se insertan.

Rogamos a las personas que hayan recibido el mencionado boletín "Analema" 34 que recorten y peguen sobre el texto erróneo y en su lugar correspondiente los TRES recortables antes insertados, rectificando de este modo los inexactos títulos y autor que allí aparecen. O si lo desean y así nos lo indican, les serán enviadas las páginas completas con esta rectificación.

El Comité de Redacción.

12 de abril de 2002